**Fд иный** госуд арственны й экзаме н по МАТЕМАТИК Е

*Ответом к заданиям* **1—12** *является целое число нли конечная*

*десятич ная дробь. Запишите чипло в поле ответа в тексте работы, затем nepeнecuтe его в БЛАНК ОTBETOB N• I справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточкт Ка ждую цифру, знак «минус» и запяту ю пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведённъши в бланке образцами. Едини цъі измерени й писать не нужно.*

**Профиль** ный урове нь

T7Pl EHl PON BO HbKlŃlń M №

Инс трукция по в **ыполне нию** работы

Экзаменационная работа состоит из дву х частей, включающи х в себя

21 задание. Час ть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложнос ти с кратким ответом. Час ть 2 содержи т 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышен ного и высокого уровней сложности с развёрнутьlм ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математи ке отво дится 3 часа 55 мину т (235 минут).

Ответы к за даниям 1—12 записываю тся по приве дённому ниже образцу в виде целого числа или конечной деся тичной дроби. Числа запишите в поля ответов в текс те работы, а затем перенесите в бланк ответов I\f• 1.

Ответ  *-O,8 !є -* 0 › 8

При выполнении заданий 13—19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами.

Допускается испо льзование геле вой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно потзова ться черновиком. Записи в черновике не учитываю тся при оценивании работы.

Баллы, по лученные Вами за выпо лненные задания, суммируются. Постарай тесь выполни ть как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

*Желаем успеха.!*

**Справо чные** м ате **риалы**

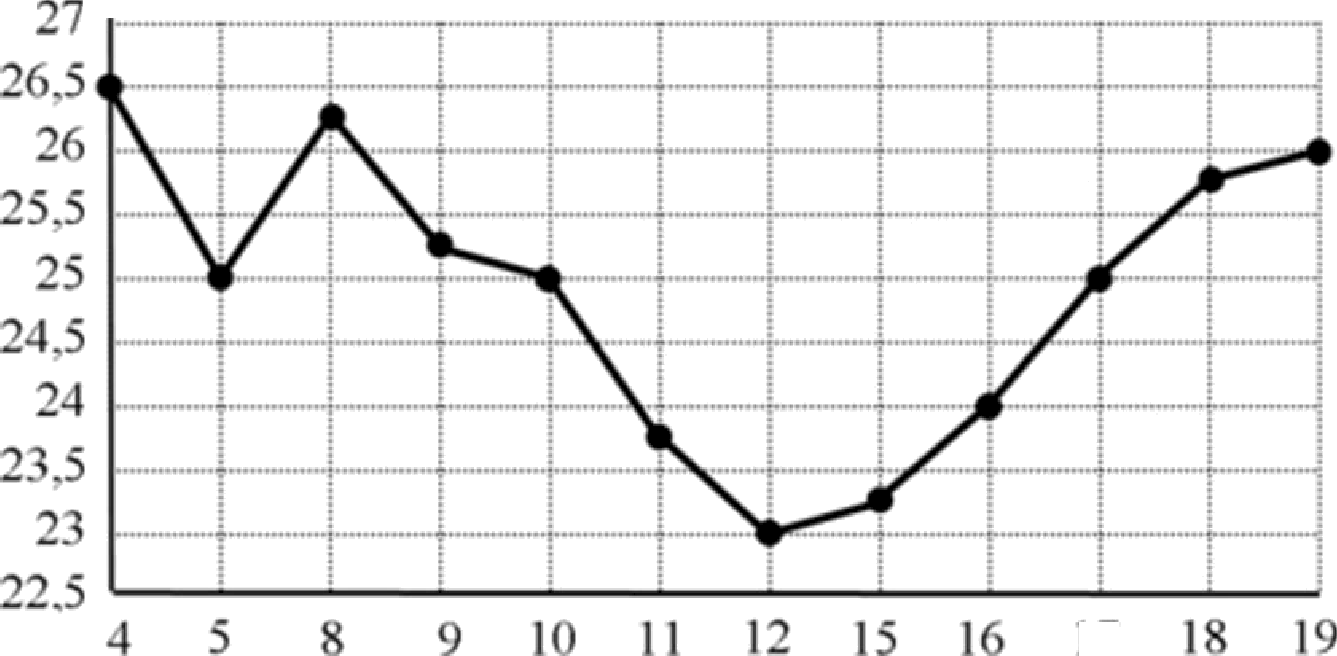
siп2 a+ cos 2 ii= 1 siп 2п = 2 sin п cos п cos 2s = cos' п — sin2 п

 В пачке 500 листов бумаги формата A4. За неделю в офисе расходуе тся 1200 лис тов. Какое наименьшее количес тво пачек бумаги нужно купитв в

офис на 7 недель?

Отве т:

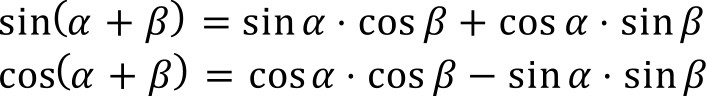
 На рисунке жирными точками показана цена нефти на момент закрытия биржевы х торгов во все рабочие дни с 4 по 19 апреля 2002 года. По

горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена барреля нефти в доллара х США . Для нагля дности жирные точки на рисунке соединены линией. Опреде лите по рисунку наименьшую цену нефти на момент закрытия торгов в ука занный перио д (в доллара х США за баррель).

171009

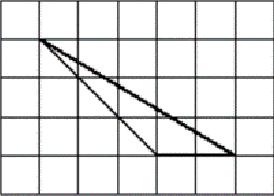
!7

Отве т:



 На клетчатой бумаге с размером клетки 1 х 1 изображён треуго льник.

Найдите его площадь.

Ответ: 

 Дима, Марат, Петя, Надя и Света бросили жребий кому начинать игру.

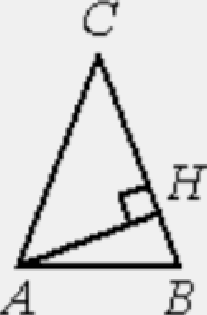
Найдите вероятнос ть того, что начинать игру до лжен бу дет м альчик.

Ответ: .

 Найдите корень уравнения

xi—F3 = 5.

Ответ: .

 В треугольни ке *ABС AC —— ВС, AB ——* 10, высота *АН*

равна 9. Найдите синус угла *В AC .*

Ответ: .

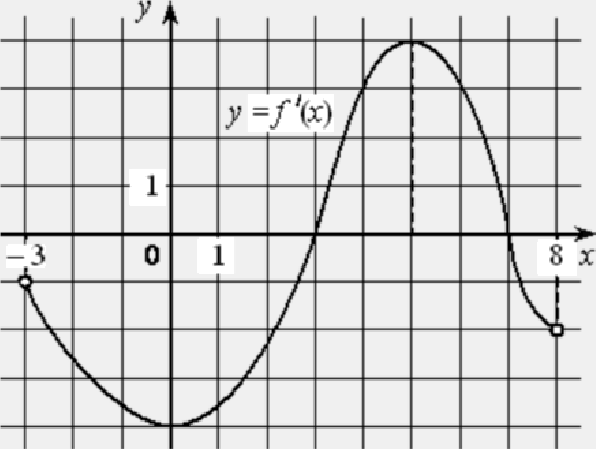
 На рисунке изображён график функции у = *f (х) —* производной функции

*f(xi ,* опреде лённой на интервале (—3; 8). Найдите точку максимум а

функции *f ix) .*

TPHEH

POV BO HbKlŃH M



Отве т:

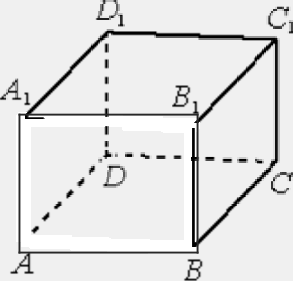
 В прямоугольном паралле лепипе де *ABCD А В С D* известны длины рёбер:

N•

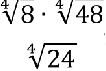
*AB ——* 15, *AD ——* 8, *АА ——* 21. Найдите площадь сечения, про хо дяще го через

вершины *В, В* и *D .*

1 Ł



 Найдите значение выражени я



Отве т:

130 Груз массой 0,38 кг колеб лется на пружине. Его скорость г (в м/с) меняется

по закону *v —— v,* siп 'р', где t — время с момента начала колебаний в

секунда х, *Т ——* 8 с перио д ко лебаний, vq = 2 м/с. Кине тическая энергия

mv°

*Для записи решений и ответов на задания I* 3—19 *используйте БМАНК*

*OTBETOB Хз* 2. *Запишите сначала номер въіполняемого задания* (13, 14 ц m. d.), *а затем полное оdоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко ираз6opчиво.*

TPHEH

Vастъ 2

*Е(в* Дж) груза вычисляе тся по формуле *Е ——*

, где m — масса груза (в кг),

2

v — скорость груза (в м/с). Найдите кине тическую энергию груза через 7 секунд после начала колебаний. Отве т дайте в джоуля х.

Ответ: .

 Из городов А и В навстречу друг другу одновременно выехали мотоциклис т и велосипедист. Мотоци клист приехал в город В на 12 часов

раньше, чем велосипе дис т прие хал в город А, а встре тились они через 2 часа 30 минут после выезда. Скотко часов затра тил на путь из города В в город А велосипе дис т?

##### Ответ:



132 Найдите наибольшее значение функции у = 6 + 12х *—* 4x *ix* на отрезке 32; 11]. Ответ:

*Не забудьте перенести все ответъі в бланк ответов Хз I в*

*соответствии с инструкцией по въі поянению работъі.*

 а) Решите уравнение

Зп

POV BO HbKlŃH M №

sin 2x = 3 siп  2 — 

6) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку [3г;4п].

 В правильной треуготной пирамиде *SABС* сторона основания *AB* равна 6, а боковое ребро *SA* равно 4. Точки М и *N —* середины рёбер *SA п SB*

соответс твенно. Плоскость п содержит прямую *MN* и перпендикулярна плоскости основания пирамиды .

а) Докажи те, что плоскос ть п делит медиану *СЕ* основания в отношении 5:1, считая от точки *С .*

6) Найдите периметр многоугольника, являю щегося сечением пирамиды

*SABС nnocкoc ею а.*

 Решите неравенс тво

9 2‘ — 37 1

2“ — 6 — 4\* — 7 2• + 12 < 2\* — 4



В треугольни ке *ABС* угол *ABС* равен 60°. Окружность, вписанная в треугольник, касается стороны *AC* в точке М.

О прое кте **«Пробный ЕГЗ каждую неделю»**

Данный ким соста влен командой всероссийского волонтёрского проекта

«ЕГЭ 100 баллов» [httns //vlc coiтfe нe l00ballov](https://vk.com/ege100ballov) и безвозмездно распространяется для любых некоммерчески х образовате льны х целей.

Нашли ошибку в варианте?

Напишите нам, пожалуйста, и мы обязатель но её исправим !

Для замечаний и **пожеланий:** [https //vk coiтf tonic-10175642 3599459S](https://vk.com/topic-10175642_35994898) (также доступны д ругие варианты д ля скачивания)

а) Докажите, что отрезок *BM* не больше утроенного радиуса вписанной в треугольник окружности.

6) Найдите sin *nBMC,* ec ли известно, что отрезок *BM* в 2,5 раза больше радиуса вписанной в треуготни к окружности.

 В июле планируется взять кредит в банке на сумму 16 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Yc ловия его возврата таковы:

##### каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необ ходим о вып латить часть до лга;

— в июле каждого года до лг долже н быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль преды дущего го да.

##### На ско лько лет планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после его полного погашения составит 38 млн рублей?

 Найдите все значения п, при каждом из которых уравнение 3 *= а !х* — 51

на промежутке 30; + m) имеет более дву х корней.

ј 9 Каждое из чисел n1 . •2 •4 равно 1, 2, 3 или 4. Обозначим

+ ’2 + ”’+ **’450•**

onaoanHZd‹



*5 ——* o 1 + 2 + ““” + 450 '

Извес тно, что *S ——* 721 .

а) Найдите *S4,* ecли ещё извес тно, что *S ——* 1543, *So* = 4153.

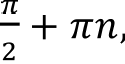
nx?iqH

6) Может ли S4 = 4243 ?

в) Пусть *34* = 6315 . Найдите все значения, которые может принимать *S 2 .*

600FT





171009

Сис тема **оце нивания**

|  |  |
| --- | --- |
| СОС **ТАВИТЕЛЬ** ВАРИАНТА: | |
| ФИО: | Евгений Пифагор |
| Предмет: | Математи ка |
| Стаж: | 6 лет репе титорской деяте тности |
| Регал ии: | Основа тель проекта Школа Пифагора  Триждьт победитель олимпиады по высшей математи ке среди все х студен тов Толья ттинс кого государственного университе та |
| Аккаунт **BK:** | https://vk.com/eugenel0 |
| Сайт и доп.  **информация:** | https://youtube.com/ Шко лаПифагора |

Ответы кзаданилмl-19

Каждое из заданий 1—12 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный о твет в виде цело го числа или конечной десятичной дроби. Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом.

T7Pl EHl PON BO HbKlŃlń M №

Верно выполненные задания 13- 15 максимум оцениваются в 2 балла, задания 16-17— в 3 балла, а задания 18- 19— в 4 балла.

|  |  |
| --- | --- |
| №  задания | Ответ |
| 1 | 17 |
| 2 | 23 |
|  |  |
| 4 | 0,6 |
| 5 | 122 |
| 6 | 0,9 |
| 7 | 7 |
| 8 | 357 |
| 9 | 2 |
| 10 | 0,38 |
| 11 | 15 |
| 12 | 22 |
| 13 | а) — — + 2пп — 2 + 2пп' п С *Z*  3 ’ 3  6) 3,53; " ; ' 0 |
| 14 | 8 + 22 |
| 15 | (— о»; 0] U (log 3 ; 2) U (2; 3] |
| 16 | 0,65 |
| 17 | 10 |
| 18 | 1 3  3 5 |
| 19 | а) 12775, 6) Не может,  в) 1323 или 1335 |

Реше ния и **критерии оце нивания** заданий 13—19

Количес тво баллов, выс тавленны х за выпо лнение заданий 13—19, зависит от полно тьт решения и прави льнос ти о тве та.

Общие требования к вы полнению заданий с развёрнутым ответом: решение

должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный отве т, выставляе тся максимальное количество баллов. Правиль ный ответ при отсутс твии текста решения оцениваетс я в 0 баллов. Экспертвl проверяют толь ко математическое содержание предс тавленного решения, а особенности записи не учитьтваю т.

При выпо лнении задания могут использоваться без доказательс тва и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебника х и учебных пособия х, вхо дящих в Федеральны й перечень учебников,

2 siп т cos *х —— — 3* cos *х*

##### 2 sin х cos *х* + *3* cos *х ——* 0 cos х (2 siп х + 3) = 0

**COSx=0**

х = + nn; п С *Z*

6)

Подберём корни для *х* = — + nn; п С *Z*

### 2 sin х + 3 = 0

### 2 siп х = —3

T7Pl EHl PON BO HbKlŃlń M №

sin т —— *—* 2

*х ——* — + 2кп; п С Z

### 2r

##### *х* = — + 2кп; п С Z

рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккреди тацию образовате льны х програм м среднего общего образования.

 Решение задания

а) Решите уравнение

Зг

sin 2x = 3 **SiП I**

**2**

Если п = 2, то *х* = 2 -b 2п = 2,53 Е [Зп; 4п] Если п = 3, то х = 2 -1- Зп = 3,53 С [Зп; 4п] Если п = 4, то z = 2 -1- 4п = 4,53 8 [Зк; 4п]

Подберём корни для *х —— —* + 2пп; п С *Z*

Если п = 1, то *х* = — + 2п = С [Зп; 4п)

##### Если п = 2, то *х*

171009

Если п = 3, то *х* = — + 6п = '$ Е [Зп; 4п]

6) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

Подберём корни

2r -1- 2пп; п С *Z*

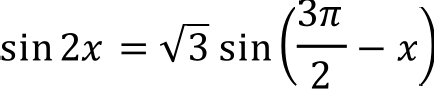
##### [3п;4п].

Если п = 1, то х = — —з

##### Если п = 2, то z

+ 2к = —3

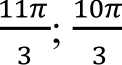
С [Зп' 4п]

а) Если п = 3, то z

6< = ' 6 if [Зк’ 4>]

3

siп 2x *- —3* cos *х*

Ответ: а) -1- /тп, — т -1- 2пп, — + 2пп; п С *Z.* 6) 3,53; 

siп 2п = 2-sin п cos п

|  |  |
| --- | --- |
| Содерж ание крите **рия** | **Баллы** |
| Обоснованно получены верные ответьт в обоих пунктах | 2 |
| Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или в  пунккб | 1 |

134 Решение задания

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ИЛИ  Получены неверные ответьт из-за вычис лительной ошибки, но при этом имеется верная последовате льность всех шагов решения обоих пунктов — пункта *а* и пункта *б* | | | | |  |
| Решение не соотве тствует  перечисленны х выше | ни | одному | из | критериев, | 0 |
| *Максимальпый балл* | | | | | *2* |

В правильной треугольной пирамиде *!SABС* сторона основания *AB* равна 6, а боковое ребро *SA* равно 4. Точки М и *N —* середины рёбер *SA н SB* соответс твенно. Плоскость п содержит прямую *MN* и перпендикулярна плоскости основания пирамидьт .

а) Докажите, что плоскос ть п де лит медиану *СЕ* основания в отношении 5:1, считая от точки *С .*

6) Найдите периметр многоугольника, являю щегося сечением пирамиды

Пусть *О —* центр основания пирамиды Рассмотрим А *ABS —* равнобедренный:

Проведём медиану *SE,* являющуюся ещё и биссектрисой и высокой Пусть *(SEC) С MN —— К*

T7Pl EHl PON BO HbKlŃlń M №

Построим прямую *KL* такую, что *KL i i !ЅО*

Построим прямую *РQ* через точку L такую, ч то *РQ i i AB* Построим прямую *NQ,* т.к. точки *N п Q* лежат в одной плоскос ти Построим прямую *РА,* т.к. точки *Р* и М лежат в о дной плоскос ти *MN Q Р —* сечение пирамидьт плоскостью п

Рассмотрим а *5ОЕ —* прямоугольный:

Т.к. *К —* середина *SE п KL li SO , т KL —* средняя линия А *SOE*

= > *L* — середина *ОЕ*

Пусть *EL —— OL —— х*

Т.к. *СЕ —* медиана в А *ABС,* то:

*OC*

*ОЕ* = 2: 1

*SABС* плоскос тью cr.

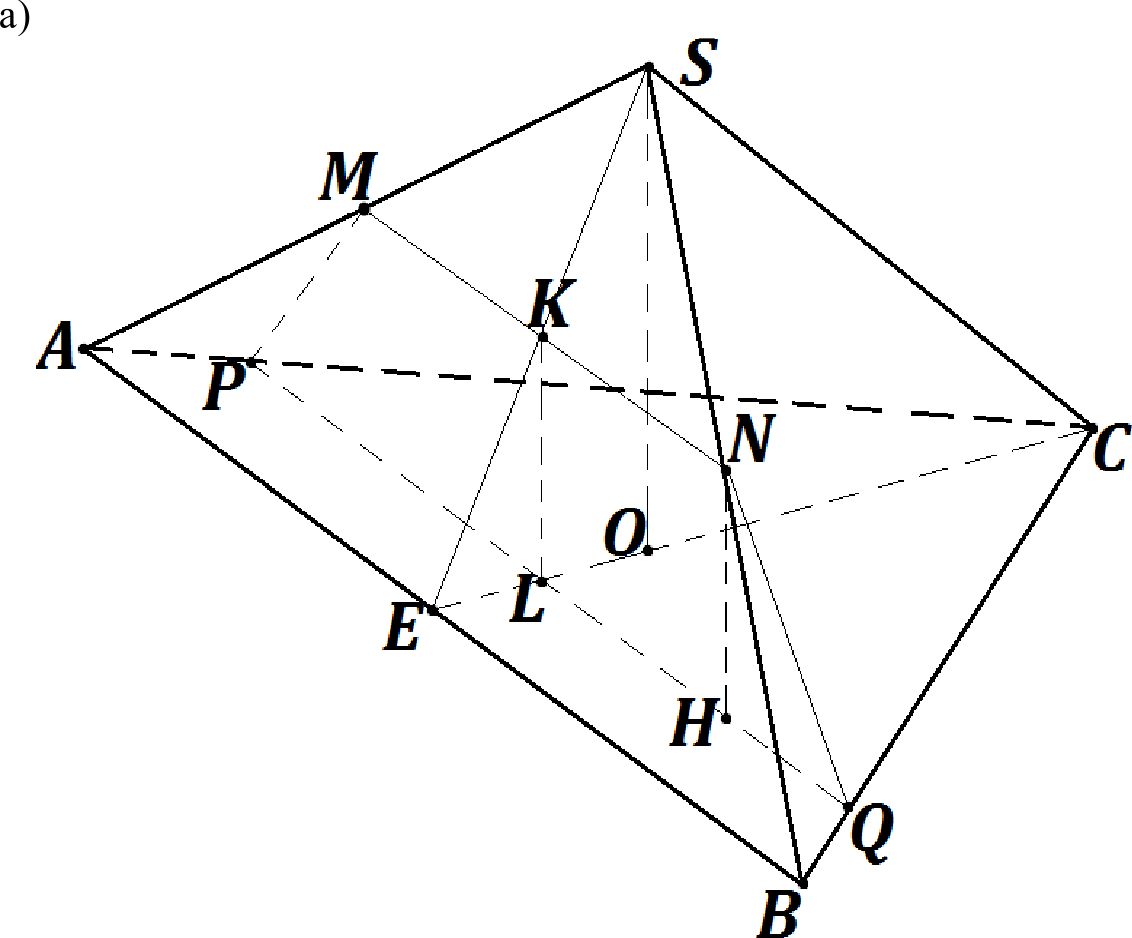
= > *OC ——* 2 *ОЕ*-

*——* 2

###### *(EL + OL*-*) ——* 2

(х + х) = 4x

*CL OC + OL* 4x —J— х

= > *LE* =

*LE* =

*х* = 5:1

##### 6)

171009

Найдём все стороны и высоту равнобедренной трапеции *МИ Q Р:*

*MN —— -—*2

-

*AB ——* - 6 = 3 (т.к. M/\/ — средняя линия а *ABS)*

2

*Р* -*Q ——* 6

*AB ——* 5

6

6 = 5 (т.к. = 5 : 1)

##### 2 2 3 6

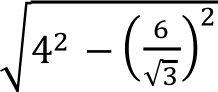
###### *OC —— -- СЕ —— - - AB ——*

3 3 2

*SO ——*

*кі* 12

*\*SС— OC ——* 4° — $6—)' = 2 (по теореме Пифагора)

*so* 1- 2 = 1 (т.к. *KL —* средняя линия а *SOE )*

2

Пусть *N Н —* высота трапеции, тогда:

*РQ — MN* 5 — 3

*"Q* ' 2 2 1

Рассмотрим А *N НQ —* прямоугольный:

*N() —— МР —— * = 2 (по теореме Пифагора)

##### t — 6 9t — 37 1

0

*Р —— NQ + МР + MN + РQ —— 32 + 32 +* 3 -b 5 = 8 -F 22

Ответ: б) 8 -Р 2 2.

##### 1 (t — 3) (t — 4) t — 4

Нужно разложить чис литель так, чтобы

1 взаимно уничтожились



t — 6 37 — 9t

|  |  |
| --- | --- |
| Соде рж ание крите рия |  |
| Обоснованно получен верный о твет в обоих пунктах |  |
| Верно до казан пункт *а.*  ИЛИ  Верно решён пункт *6* при отсутс твии обоснований в пункте *а* |  |
| Решение не соотве тствует ни одному из критериев,  перечисленны х выше | 0 |
| *Максимальный балл* | *2* |

1 + (t — 3)(t — 4) —

1

t — 4 < 0

T7Pl EHl PON BO HbKlŃlń M №

 Решение задания Решите неравенс тво

t — 6 t — 3 — 10t + 40 1

1 + (t — 3)(t — 4) t — 4 0

t — 6 t — 3 —10t + 40 1

1 + (t — 3)(t — 4) + (t — 3)(t — 4) 0

t — 6 1 10 1

1 +t — 4 t — 3 t — 4 0

## ОДЗ:





-

2\* — 6

9 2\* — 37 1

<

4 2‘ 3

— 4-\* — 7

Пусть 2‘ = t

2\* + 12 2• — 4

4 2‘

4 х

2.

4 t

2'°\*° 3

g 2

4

171009

9t — 37 1

t — 6 — 32 7t -F 12 t 4

4 2‘ 4

4 2‘ 2'

#### *х1* 2

t — 6 10

1 — t — 3 < 0

t 2 — 7t —F 12 = 0

*D ——* (—7)' — 4 1 12 = 1

##### 7 + 1

' t 2

7- 1

32 2 '

t 2 — 6t — 3t -b 18 — 10

t — 3

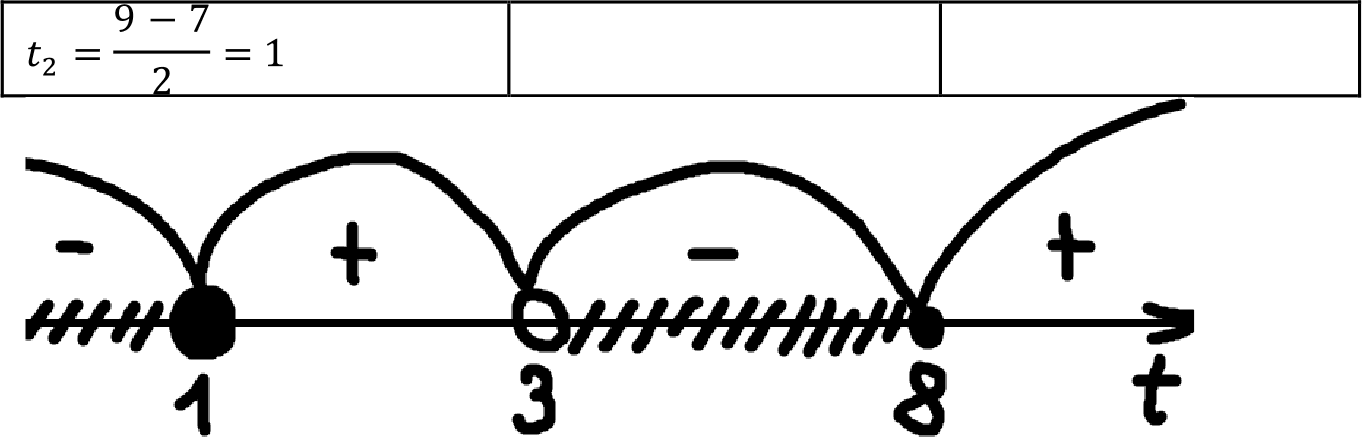
t 2 — 9t -1- 8

t—з ДO

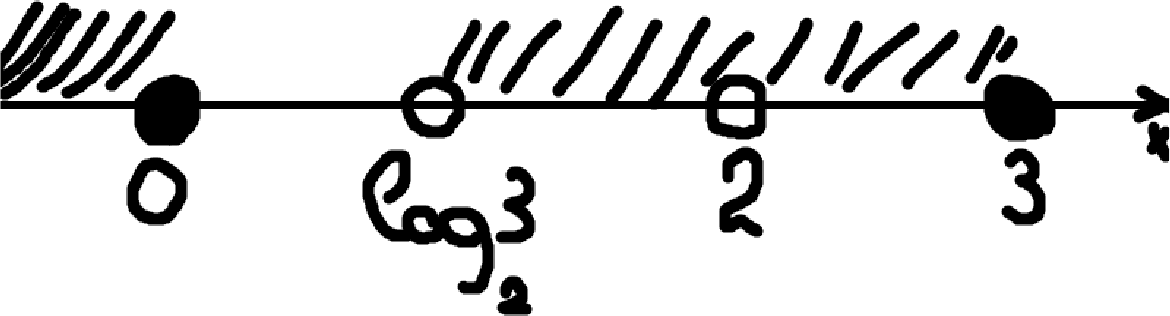
|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| t' — 9t + 8 = 0  *D —— (—9)*-*’ —*- 4 | 1 | 8 | 4 | t — 3  t з | 0 | ОДЗ:  t т 4 |
| 9 + 7 | = | 49 |  |  |  |  |
| " 2 = 8 |  |  |  |  |  |  |

t 2 — 7t -J— 12 = (t — 3)(t — 4)





|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 3 < t й 8 | ОДЗ. |
| 3 < 2‘ 8 | х т 2 |
| 2°g• 3 < 2• 23 |  |
| log2 3 < х й 3 |  |



Ответ: (— со; 0] U (log2 3 ; 2) U (2 ; ЗА

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Соде рж ание крите рия | | | | | Баллы |
| Обоснованно получен верный о твет | | | | | 2 |
| Решение содержи т вычислите льную ошибку, возможно,  приведшую к неверному ответу, но при этом имеется верная после довате льность все х шагов решения | | | | | 1 |
| Решение не соотве тствует  перечисленны х выше | ни | одному | из | критериев, | 0 |
| *Максимальный балл* | | | | | *2* |

##### 136

Решение задания

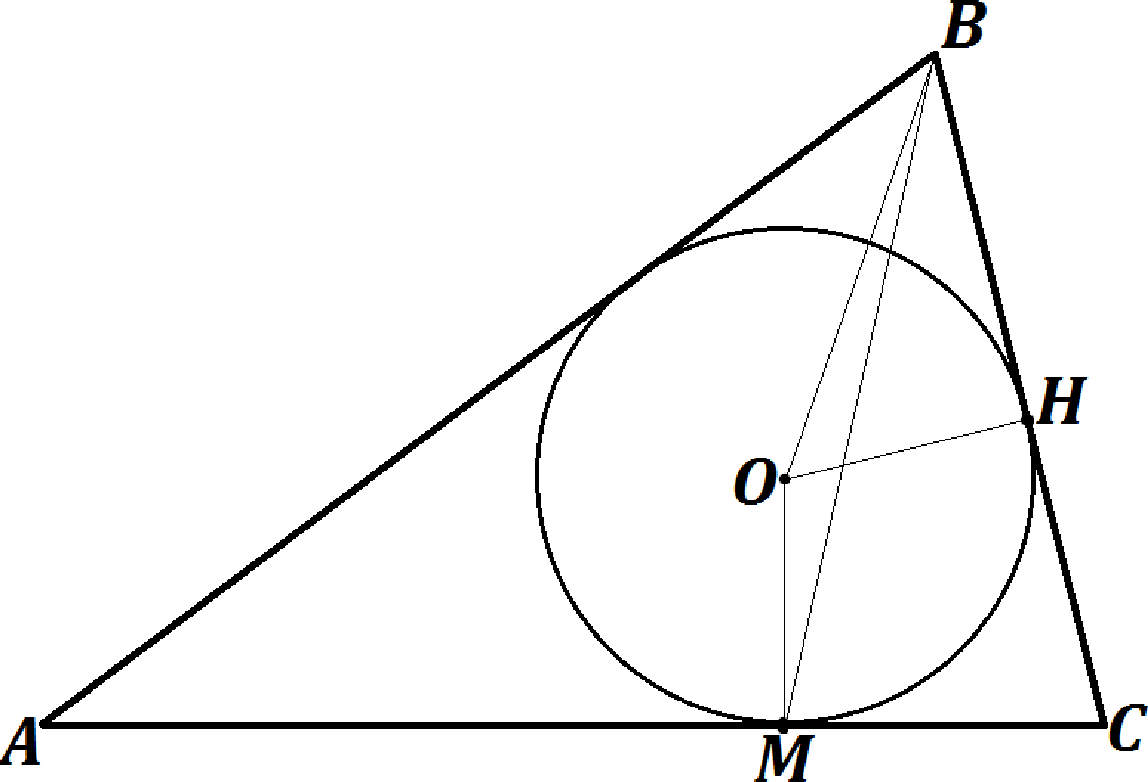
В треугольнике *ABС* угол *ABС* равен 60°. Окружность, вписанная в треуготни к, касается стороны *AC* в точке *М .*

T7Pl EHl PON BO HbKlŃlń M №

##### а) Докажите, что отрезок *BM* не больше утроенного радиуса вписанной в треугольник окружности.

6) Найдите siп *zBMf* , если известно, ч то о трезок *BM* в 2,5 раза ботше радиуса вписанной в треугольни к окружности .

а)



Пy

171009

*О —* центр вписанной окружности

II — точка касания окружнос ти и стороны *ВС*

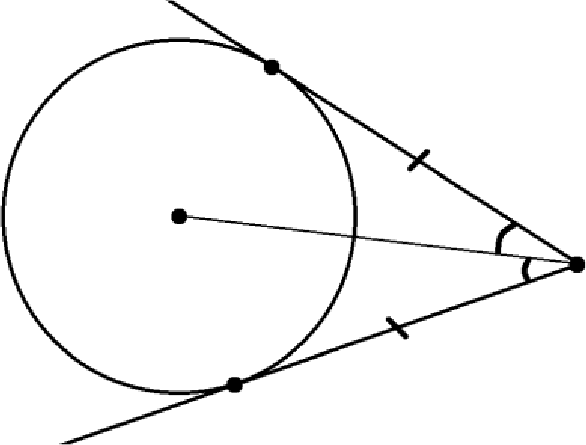
г — радиус вписанной окружности

Проведём прямую *ВО*

*OHB ——* 90°

##### (по свойству касательной)

Свойс тво касате льны х



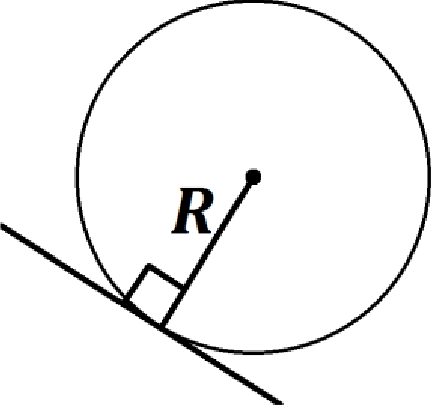
##### Отрезки касательных к окружности, проведё нные из одной точки, равны, и составляю т равные углы с прямой, прохо дящей через эту точку и центр окружности

1 1

*Ј OBH —— —- Ј ABС —— —-* 60 = 30° 2 2

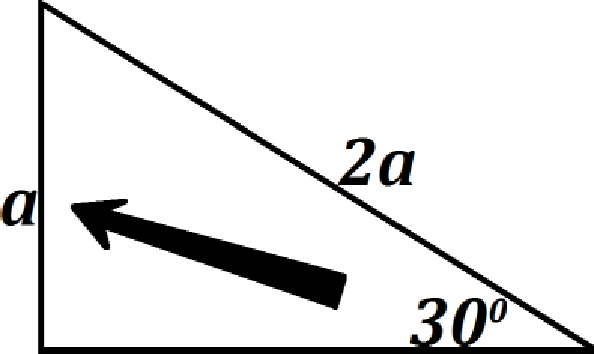
(по свойству касатель ных)

Свойс тво касате льной



##### Касате льная к о кружности перпендикулярна радиусу, проведённом в точку касания

Свойс тво прямоугольного треугольни ка



Катет, лежащий напротив угла 30°, равен по ловине гипотенузы



Рассмотрим а *OBH —* прямоугольный

*ОН* = т

T7Pl EHl PON BO HbKlŃlń M №

###### *ВО —— 2r*

(по свойству прямоуготного треугольника)

Проведём прямую *ВМ* Рассмотрим а *OBM ОМ —— г*

*ВО ——* 2r

Неравенство треугольника

В любом треугольни ке сумма длин дву х сторон больше длины третьей

стороны

*ОМ + ВО* > *ВМ*

##### (неравенство треугольника)

*г +* 2r > *BM*

Зг > *ВМ*





##### 6)

*ВМ =* 2,5r

TPHEH

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Имеется верное доказате льство утверждени я пункта *а* и обоснованно получен верный отве т в пункте *б* | | | | | 3 |
| Получен обоснованный отве т в пункте *б*  ИЛИ  Имеется верное доказате mc тво утвержден ия пункта а и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошиб ки | | | | |  |
| Имеется верное доказате тство утверж дения пункта *а,*  ИЛи  При обоснованном решении пункта 6 получен неверный  ответ из-за арифметической ошибки,  ИЛИ  Обоснованно получен верный ответ в пункте *б с* использованием утверждения пункта *а,* при этом пункт а не выполнен | | | | | 1 |
| Решение не соответствует  перечисленны х выше | ни | одному | из | критериев, | 0 |
| *Максимальпый балл* | | | | | 3 |

sin *zBMC ——* sin(90 *— z ВМО) ——* cos *zBMO*

Теорема Косинусов

POV BO HbKlŃH M №





о' = *b' + с*2 *—* 2Ьс- cos п



**COS** О

137

Решение задания

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 16 млн рублей на некоторый срок (це лое число лет). Условия его возвра та таковы :

2Ьс

Рассмотрим а *OBМ*

r 2 -J— (2 ,5r ) 2 (2r)2

- - 2 г 2,5r

3, 25r2 3,25 6,5

COS *К ВМО —* 5p2 5 lo 0›65

sin *zBMC* —— 0,65

Ответ: 0,65

##### — каждый январь долг возрас тает на 25% по сравнению с концом предыдуще го го да;

* с февраля по июнь каждого года необ ходимо выплатить часть до лга;

##### в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

На сколько лет планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после его полного погашения составит 38 млн рублей?

Пусть п — срок кредита

Соста вим таб лицу:

Содерж ание крите рия

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Долг на начало года | Основной платёж | ллатёж |
| 1 | 16 | 16  П | 25  100 16 = 4 |
|  |  |  |  |
|  | 16  П | 16 | 25 16 4  100 ' п п |

Общая сумма выплат (OCB) — это все основные платежи и все

N•lAI Hx úıqH

noaoanHZd‹

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Соде рж ание крите рия | | | | | Баллы |
| Обоснованно получен верный ответ | | | | | 3 |
| Верно построена математическая модель, решение сведено  к исследованию этой модели, получен неверный ответ из -за вычислительной ошибки  ИЛИ  Получен верный ответ, но решение недостаточно обоснованно | | | | | 2 |
| Верно построена математическая модель и решение  сведено к иссле дованию этой моде ли, при этом решение может быть не завершено | | | | | 1 |
| Решение не соответствует  перечисленны х выше | ни | одному | из | критериев, | 0 |
| *Макси.ыальпый балл* | | | | | *3* |

дополни тельные платежи (сумму всех дополните льны х платежей найдём с помощью формулы суммы первых п членов арифметической прогрессии)

Сумма первых п членов арифметической прогрессии

 Решение задания

Найдите все значения п, при каждом из которых уравнение

6O0

Ł 1 Ł





*х* +‘ 1

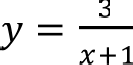
##### ' 5'

16 4 + 4—

П

- п = 38

на промежутке 30; + со) имеет более дву х корней.

Решим графически:

16 + 2- + —

П

п = 38

Построим гиперболу четверти)

(можно строить то лько в первой и четвёр той

##### 16 + 2n + 2 = 38

2n = 20

п = 10

Ответ: 10

Уравнение у = *а !х —* 51 задаёт множество «галочек», про ходящих через точку (5; 0)

Если п = 1, то получаем 2 пересечения с гиперболой

Ее ли п < 0, то получаем 0 пересечений с гиперболой (т.к. «галочка» будет располагаться ниже оси *Ох)*

Если п = 0, то получаем 0 пересечений с гиперболой (т.к. «галочка» станет осью абсцисс)

Если п > 1, то получаем 2 пересечения с гиперболой (т.к. «галочка» будет

##### сужапся)

Пусть

m — прямая (левая ветка «галочки»), про ю дящая через точку (0; 3) *k —* прямая (левая ве тка «галочки»), про хо дящая через точку касания гиперболы

у = —их -1- 5n пpoxo дит через т. (0; 3) 3 = —п 0 -F 5n

3 = 5n

3

##### 5

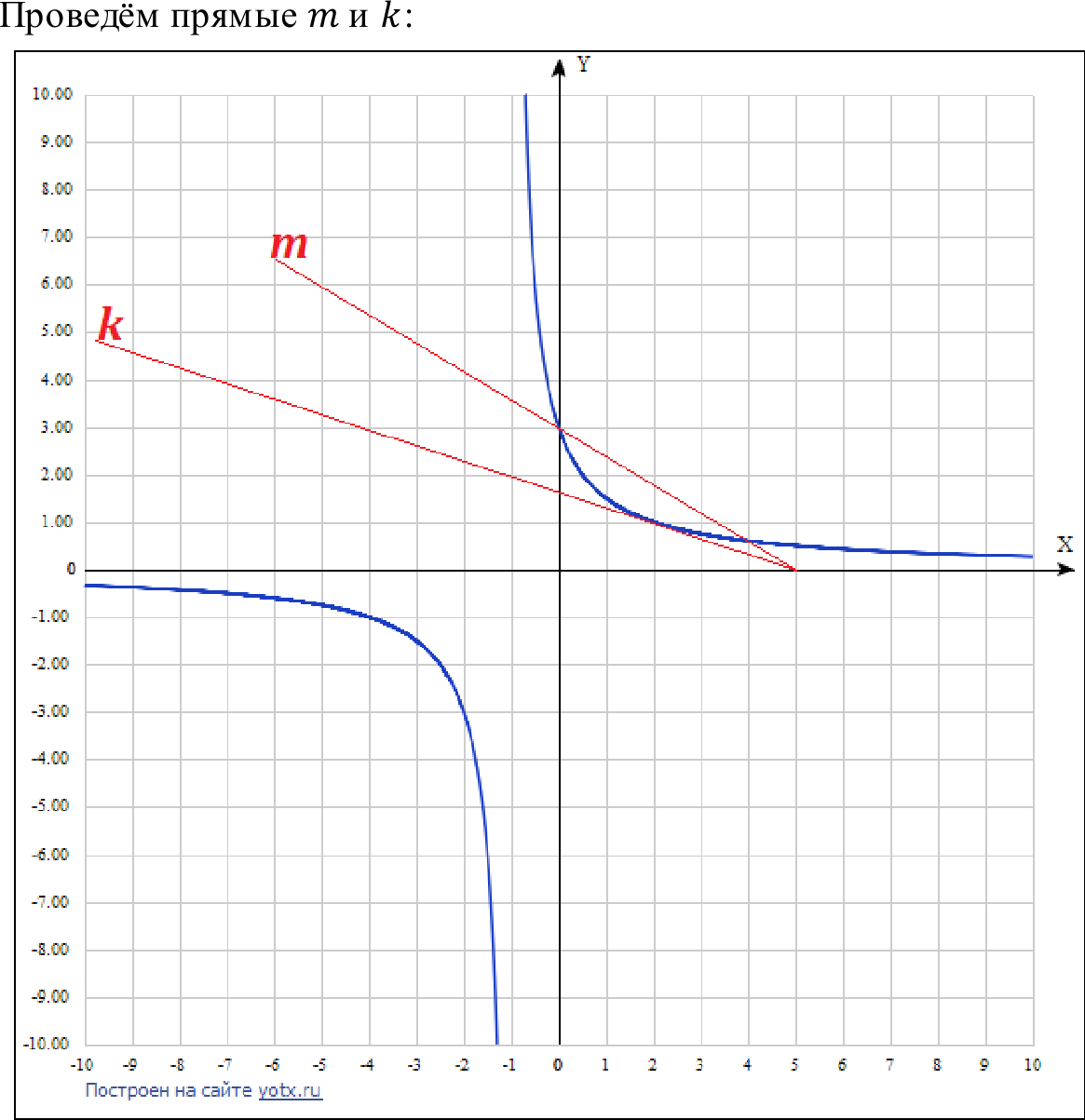
Найдём значение параметра п у прямой *k:*

у = *— ах +* 5n является касатель ной к гиперболе

3

**i+1**

noaoanHZd‹

у’ *—— f'(x )*

Условие касания функции и прямой



##### 3

*(— ах* + 5n)' = *х + I*

3

N•lAI Hx úıqH

#### *— ах +* 5

Ł 1 Ł

' *х + I*

##### —п = (3- *(х* + 1)°')'

##### —cx + 5п = х + 1

6O0



3

*—ах +* 5

' *х + I*

Левая ветка «галочки» — это убывающая прямая, поэтому раскрываем модуль, меняя знаки на противоположные

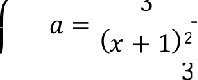
у *- а !х —* 51

у = —их + 5n — множество убывающи х лучей, стар тующих из точки (5; 0)

Графика имеют три общие точки, ec ли прямые у = — их + 5n лежат внутри острого угла, образованного прямыми m и *k,* найдём значения параметров

О , G ОOTBe TC ТВ **ЮЩИ** Х **ЭТИМ П]ЭЯМ** ЫМ:

Найдём значение параметра п у прямой m:



###### *—ах +* 5

' *х + I*

Подс тавим значение п под второе уравнение системы:

— Зх 5 3 3

**\*+1)2 ’(i+1)2** all

— Зх + 15 3

(х + 1) х + 1

*—х* + 5 1

###### *(х + I) х +* 1

Каждое из чисел n1 . •2 •4 равно 1, 2, 3 или 4. Обозначим

##### + 1)' = (т + 1-)

*(х* + 1)' — (х + 1-)

(5 — *х)*

(5 — *х)* = 0

3 *—* (y1 3 + 23 +

3. +

450 3

##### А + 1-)

*(х +* 1 — 5 + *х) ——* 0

*S4* = п 4 —l— n 2‘ ‘ ‘+

4

+ 450 ’

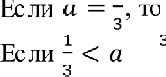
##### 2x — 4 = 0

т = 2



п — (х —J— 1)2 — (2 —J— 1)2 — 3

Ее ли п = $, то получаем 3 пересечения с гиперболой

1 получаем 2 пересечения с гиперболой

Извес тно, ч то *S ——* 721 .

hO 6Od H HZdA

а) Найдите *S4,* ecли ещё извес тно, что *S ——* 1543, *So* = 4153.

6) Может ли *S4* = 4243 ?

в) Пусть *34* = 6315 . Найдите все значения, которые может принимать *S 2 .*

Пусть

N•IAI

е — количес тво единиц среди no •2 •4 d — количес тво двоек среди п„ n2 , . . ., ng,b

Ответ: to Н

< I, ТО ПО

чаем 3 пересечения с гиперболой

t — количес тво троек среди •1 •2 •4

*с* — количес тво четвёрок среди п„ n2 , . . ., ng,b

6O0 Ł 1 Ł

а)

*S4* —?

*S4* = *е +* 16d —F 81t —b 256c —?

*е + d + t + с ——* 450

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Соде рж ание крите рия | | | | | Баллы |
| Обоснованно получен правиль ный ответ | | | | | 4 |
| С помощью верного рассуждения получено множество  значений а, отличающееся от искомого конечным числом  точек | | | | | 3 |
| С помощью верного рассуждения получены все граничные  точки ис комого множества значений а | | | | | 2 |
| Верно получена хо тя бы одна граничная точка искомого  множества значений а | | | | | 1 |
| Решение не соответс твуе т  перечисленны х выше | ни | o дному | из | критериев, | 0 |
| *Максимальный балл* | | | | | 4 |

*е + 2d +* 3t + 4c = 721

##### 3 *е +* 4d + 9t -J— 16c = 1543

4 *е +* 8d -b 27t -J— 64c = 4153

(количество чисел)





Из уравнения 2 вычтем уравнение 1 d + 2t + Зс —— 271

Из уравнения 4 вычтем уравнение 3

4d —F 18t -J- 48c = 2610 2

6 2d —F 9t —F 24c = 1305

Запишем уравнения 5 и 6 в систему дву х уравнений

139 Решение задания

( *d + 2t +* Зс *——* 271 . 2 6 \*2d -b 9t + 24c = 1305

2d -b 4t -J- 6c = 542

-b 9t -J- 24c = 1305

7 5t + 18c *——* 763

Из уравнения 3 вычтем уравнение 1 8 3d + 8t + 15c *——* 1093

Из уравнения 4 вычтем уравнение

6d + 24t + 60c *——* 3432 6

9 d + 4t + 10c *——* 572

Запишем уравнения 8 и 9 в систему дву х уравнений

8 (3d -b 8t -I- 15c *——* 1093

##### е —t- d + t —l— с = 450

*е +* 2d —b 3t —J— 4c = 721

*е +* 16d —F 81t —b 256c = 4243

Из уравнения 3 вычтем уравнение 15d + 80t + 255c *——* 3793

##### 5(3d -F 16t -J— 51c) *——* 3793

3793

3d -b 16t *+* 5*I с ——* 5

=>

(количество чисел)

*(Si)*

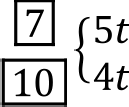
*54)*

9 *d +* 4t -I- 10c *——* 572 

( 3d -b 8t -1- 15c *——* 1093 3*d +* 12t -J- 30c = 1716

1 4t -1- 15c *——* 623

Запишем уравнения 7 и l в систему двух уравнений

-I- 18c *——* 763 - 4

Противоречие, т. к. *d, t п с* — целые числа Не может

S = *е +* 4d + 9t + 16c —?

T7Pl EHl PON BO HbKlŃlń M №

-I- 15c —— 623 s

##### (20t —J— 72c = 3052

\*20t —J— 75c = 3115

Зс = 63

с = 21

Из уравнения 7

е -1- d + t -1- *с ——* 450

2 е -J— 2d -b 3t -1- 4c = 721

*е +* 16d -F 81t -1- 256c = 6315

Из уравнения 2 вычтем уравнение 1

(количест во чисел)

*(Si)*

*(54)*

5t-+ 18

##### 5t = 385

t = 77

21 = 763

##### 4 d + 2t + Зс —— 271

Из уравнения 3 вычтем уравнение 1

171009

15d -b 80t -F 255c *——* 5865 5

Из уравнения 5

d + 2 77 + 3 21 = 271

##### d = 54

Из уравнения 1

е + 54 + 77 + 21 = 450

е = 298

S4 = е -1- 16d -b 81t -b 256c

5 3d -b 16t -J- 51c = 1173

Запишем уравнения 4 и 5 в систему дву х уравнений

% d + 2t -1- Зс = 271 .

s \*3d -b 16t -1- 51c = 1173 3d + 6t *+ 9c ——* 813

\*3d -b 16t -1- 51c *——* 1173

##### 10t + 42c = 360 2

S4 = 298--b 16 54--b 81 77 -1-- 256

6)

21 = 12775

5t + 2lc *——* 180

##### 2lc *——* 180 — 5t

180 — 5t

# 21

5(

36

## 21

*с* должно быть цельтм, поэтому есть 2 варианта какое значение может принимать t

TPHEH

POV BO HbKlŃH M

|  |  |
| --- | --- |
| t = 36 | t = 15  5(36 — t)  *С*  21  с = 5  Из уравнения 4  -*d +* 2 1-5 -F 3 5 = 271  *d ——* 226  Из уравнения 1  *е* -J— 226 -b 15 -b 5 = 450  е = 204  *S 2* = е -J— 4d -b 9t -J— 16c  *S 2* = 204 -b 904 -b 135 -F 80  *S 2* = 1323 |
| 5(36 — t) |
| 11 |
| с = 0 |
| Из уравнения 4 |
| d + 2 36 + 3 0 = 271 |
| *d* = 199 |
| Из уравнения 1 |
| *е +* 199 -b 36 -b 0 = 450 |
| *е* = 215 |
| *S2* = *е +* 4d -b 9t -J— 16c |
| *S2* = 215 -b 796 -b 324 |
| *S2* = 1335 |

Ответ: а) 12775, 6) Не может, в) 1323 или 1335

|  |  |
| --- | --- |
| Содерж ание крите рия | Баллы |
| Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1  балл) резуль таты | 4 |
| Верно получены три из перечисленны х (см. критерий на 1  балл) резуль татов | 3 |
| Верно получены два из перечисленны х (см. критерий на 1  балл) резуль татов | 2 |
| Верно получен один из следующи х резуль та тов:   * обоснованное решение п. а; * обоснованное решение п. 6; * искомая оценка в п. в; * пример в п. в, обеспечивающий точность преды дущей оценки | 1 |
| Решение не соответс твует ни одному из критериев,  перечисленны х выше | 0 |
| *Максимальный балл* | 4 |