Единый государственный **экзамен**

*Ответом к заданиям* 1—12 *является уелое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем nepeнecume его в БЛАНК OTBETOB Х• I справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной илеточке в соответствии с приведёнными в бяанке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

+

по МАТЕМАТИКЕ

¿ıqHhoao anHZd

**Профильный** уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя

21 задание. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с

кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня  сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого

уровней сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1—12 записываются по приведённому ниже

образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа

Показания счётчика электроэнергии 1 апреля составляли 79621 кВт-ч, а 1 мая — 79821 кВт'ч. Сколько нужно заплатить за электроэнергию за апрель, если 1 кВт-ч электроэнергии стоит 4 py6. 50 коп.? Ответ дайте в рублях.

Ответ:

запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

Ответ. *-0,В* il1— 0 8

При выполнении заданий 13—19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами.

Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

*Желаем успеха.!*

Справочные материалы

sin2 ‹i + cos2 о = 1 sin 2п = 2 sin п cos п cos 2п = cos' п — sin2 п

2 На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Нижнем Новгороде за каждый месяц 1994 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали температура в градусах Цельсия. Определите по

приведённой диаграмме, сколько было месяцев с положительной среднемесячной температурой.

[8](https://vk.com/shkolapifagora)[fZŁ 1 Ł](http://vk.com/ege100ballov)

[N•](http://vk.com/ege100ballov)

#### 16

атір мазі нюн івоя авг сен окт

—16

Ответ:



 На клетчатой бумаге с размером клетки 1 х 1 изображён равнобедренный прямоугольный треугольник. Найдите радиус описанной около него

окружности.



Ответ:

 На чемпионате по прыжкам в воду выступают 25 спортсменов, среди них 4 прыгуна из Италии и 6 прыгунов из Мексики. Порядок выступлений

определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что двадцать четвёртым будет выступать прыгун из Италии.

Ответ:

Найдите корень уравнения

 На рисунке изображён график функции у = *f(х),* определённой на интервале (—7; 7). Определите количество целых точек, в которых

производная функции отрицательна.

TPHEH

PNOBO HbKI7Ńl lM№

Ответ:

 В цилиндрический сосуд налили 2800 см' воды. Уровень жидкости оказался равным 16 см. В воду полностью погрузили деталь. При этом

171218

уровень жидкости в сосуде поднялся на 13 см. Найдите объём детали. Ответ выразите в куб. см.

7——б

= 343.

Ответ:

 Один угол параллелограмма больше другого на 40°. Найдите меньший угол. Ответ дайте в

градусах.

Ответ:

Ответ:

Найдите значение выражения **Часть** 2

30- tg 3° tg 87° — 43.

*Для записи решений и ответов на задания* **13—19** *используйте БЛАНК OTBETOB Х•* 2. *Запишите сначала нoжep въіпояняемого задания* (13, 14 *и т. д.), а затем полное оdоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

Ответ:

TPHEH

 Остановка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объём и давление

связаны соотношением р, 31"’ P2 \*2" , где р, и ра — давление газа (в атмосферах) в начальном и конечном состояниях, 31 • —2 объём газа (в

 а) Решите уравнение

( 16 SIП Х) ГОЅ Х 4 SIП Х

PNOBO HbKI7Ńl lM№

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

литрах) в начальном и конечном состояниях. Изначально объём газа равен

294,4 л, а давление газа равно одной атмосфере. До какого объёма нужно сжать газ, чтобы давление в сосуде стало 128 атмосфер? Ответ дайте в литрах.

Ответ:

 Баржа в 10:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 30 км от А. Нробыв в пункте В 4 часа, баржа отправилась назад и вернулась в пункт А

в 22:00 того же дня. Определите (в км/ч) скорость течения реки, если известно, что собственная скорость баржи равна 8 км/ч.

Ответ:

132 Найдите точку максимума функции

у = (2s — 1) cos т — 2 sin х + 5 принадлежащую промежутку $0; ).

Ответ:

*Не забудьте nepeнecmи все ответы в бланк ответов Х• 1 в соответствии с инструкцией по въіполнению padomы.*

134



136

9п

##### ' 2

В правильной треугольной пирамиде *SABC* сторона основания *AB* равна 12, а боковое ребро *SA* равно 13. Точки Ч и *N —* середины рёбер *SA* и *SB* соответственно. Плоскость содержит прямую *MN н* перпендикулярна плоскости основания пирамиды.

а) Докажите, что плоскость п делит медиану *СЕ* основания в отношении 5:1, считая от точки *С.*

6) Найдите площадь многоугольника, являющегося сечением пирамиды

*SABC* плоскостью п.

171218

Решите неравенство

15‘ — 3‘“' — 5‘“' -b 15

> 0.



у 2 у.]\_ Ц

В треугольнике *ABC* точки *А , B1* и *С —* середины сторон *BC, AC* и *AB*

соответственно, *АН —* высота, *zBAC ——* 60°, *zBCA ——* 45°.

а) Докажите, что точки *А , В , С н Н* лежат на одной окружности.

6) Найдите *A1 , ecпп BC ——* 23.



137





139

Пенсионный фонд владеет ценными бумагами, которые стоят t' тыс. рублей в конце года t (t = 1; 2; ... ). В конце любого года пенсионный фонд может продать ценные бумаги и положить деньги на счёт в банке, при этом в конце каждого следующего года сумма на счёте будет увеличиваться на 10%.

В конце какого года пенсионному фонду следует продать ценные бумаги, чтобы в конце двадцать пятого года сумма на его счёте была наибольшей?

О **проекте «Пробный ЕГЭ каждую** неделю»

Данный ким составлен командой всероссийского волонтёрского проекта

«EFЭ 100 баллов» [100ballov](https://vk.com/ege100ballov) и безвозмездно распространяется для любых некоммерческих образовательных целей.

Нашли ошибку в варианте?

Напишите нам, пожалуйста, и мы обязательно её исправим!

**Для** замечаний и **пожеланий:**[10175642 35994898](https://vk.com/topic-10175642_35994898) (также доступны другие варианты для скачивания)

TPlñEH

Найдите все значения п, при каждом из которых система (х — 4)2 + (у — 4) 2

PNOBO HbKl7Ńl lM№

У' lx — nl + 1

имеет ровно три различных решения.

Каждый из группы учащихся сходил в кино или в театр, при этом возможно, что кто-то из них мог сходить и в кино, и в театр. Известно, что

в театре мальчиков было не более от общего числа учащихся группы, посетивших театр, а в кино мальчиков было не более 2 общего числа учащихся группы, посетивших кино.

|  |
| --- |
| **СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:** |
| ФИО: | Евгений Пифагор |
| Предмет: | Математика |
| Стаж: | 6 лет репетиторской деятельности |
| Регалии: | Основатель проекта Школа ПифагораТрижды победитель олимпиады по высшей математике среди всех студентов Тольяттинского государственного университета |
| **Аккаунт BK:** | https://vk.com/eugene10 |
| Сайт и доп. информация: | https://youtube.com/ШкoлaПuфaropa |

а) Могло ли быть в группе 10 мальчиков, если дополнительно известно, что всего в группе было 20 учащихся?

6) Какое наибольшее количество мальчиков могло быть в группе, если дополнительно известно, что всего в группе было 20 учащихся?

171218

в) Какую наименьшую долю могли составлять девочки от общего числа учащихся в группе без дополнительного условия пунктов а и 6?

**Система оценивания**

Ответы к заданиям 1-19

Каждое из заданий 1—12 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом.

Верно выполненные задания 13-15 максимум оцениваются в 2 балла, задания 16-17 — в 3 балла, а задания 18-19 — в 4 балла.





**Решения** и критерии оценивания заданий **13—19**

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13—19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

TPHEH

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов. Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

PNOBO HbKI7Ńl lM№

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

 а) Решите уравнение

( 16 S1П У) ГОЅ У 4 SlП У

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

##### 9п 2

171218

**Решение:**

а)





16 ’ 1П Х’€0Ѕ Х 4 SIП Х

342) sin х cos т 4 3 sin т

42 sin х cos х 4 3 sin х

2- sin х

|  |  |
| --- | --- |
| задания | Ответ |
| 1 | 900 |
| 2 | 7 |
| 3 | 2,5 |
| 4 | 0,16 |
| 5 | -9 |
| 6 | 70 |
| 7 |  |
| 8 | 2275 |
| 9 | -13 |
| 10 | 9,2 |
| 11 | 2 |
| 12 | 0,5 |
| 13 | а) nn, 6 + 2пп, — 6 + 2пп; п С *Z.*6) Зк; 4п; 23r 25г6 ' 6 |
| 14 | 44 |
| 15 | ((I lCIg5 ЗА U dl(Зg3 5 Ј Й) |
| 16 | 1 |
| 17 | 21 |
| 18 | (7 — ЗА; 4; 1 + ЗА) |
| 19 | а) Могло, 6) 10, в) — |

2- sin х

- siп х

cos х = 3 sin х

cos х — 3 sin х = 0 (2 cos х — 3) = 0



|  |  |
| --- | --- |
| шагов решения обоих пунктов — пункта *а* и пункта *б* |  |
| Решение не соответствуетперечисленных выше | ни | одному | из | критериев, | 0 |
| *Максимальный балл* | 2 |

6)

|  |  |
| --- | --- |
| sin х —— 0х = nn; п С *Z* | 2 cos *х* — 3 = 02 cos *х* —— 3 |
|  | cos *х* = |
|  | *х ——* 6 + 2пп; п С Z |
|  | х = — 6 -1- 2пп; п С *Z* |

Подберём корни для х = nn; п С *Z* Если п = 2, то *х ——* 2п 8 $Зп; 9 Если п = 3, то х = Зп С $Зп, 9r

Если п = 4, то *х ——* 4п С $Зп;

Если п = 5, то х = 5s 

Нодберём корни для т = 6 + 2пп; л Е *Z*

##### Если п = 1, то

 В правильной треугольной пирамиде *SABC* сторона основания *AB* равна 12, а боковое ребро *SA* равно 13. Точки Ч и *N —* середины рёбер *SA* и *SB*

соответственно. Плоскость п содержит прямую *MN* и перпендикулярна плоскости основания пирамиды.

TPHEH

PNOBO HbKI7Ńl lM№

а) Докажите, что плоскость п делит медиану *СЕ* основания в отношении 5:1, считая от точки *С.*

6) Найдите площадь многоугольника, являющегося сечением пирамиды

*SABC* плоскостью п.

**Решение:**

Если п = 2, то х

Если п = 3, то

6 6

mr + 4 2 5/c

6 6

6

171218

Подберём корни для т = —6 + 2пп; п С *Z*

Если п = 1, то х

6 6 І --«›

Если п = 2, то х

6 6

Ответ: а) 2гп,— 

6

6

2пп; п С Z. 6) Зп; 4п; 2Зтг, 25тг

6 6

Пусть *О —* центр основания пирамиды Рассмотрим А *ABS —* равнобедренный:

|  |  |
| --- | --- |
| **Содержание критерия** | **Баллы** |
| Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах | 2 |
| Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или впункте *б*ИЛНПолучены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех | 1 |

Проведём медиану *SE,* являющуюся ещё и биссектрисой и высотой Пусть *(SEC) С MN —— К*

Построим прямую *KL* такую, что *KL ii SO*

Построим прямую *РQ* через точку *L* такую, что *РQ il AB* Построим прямую *NQ, х.к.* точки *N н Q* лежат в одной плоскости Построим прямую *PM,* т.к. точки *Р н М* лежат в одной плоскости *MN Q Р —* сечение пирамиды плоскостью п

Рассмотрим а *SOE —* прямоугольный:

Т.к. *К —* середина *SE п KL i i SO,* то *KL —* средняя линия а *SOE*

=> *L* — середина *ОЕ*

Пусть *EL —— OL —— х*

Т.к. *СЕ —* медиана в А *ABC, хо: OC*

*ОЕ —* 2: 1

=> *OC ——* 2- *ОЕ ——* 2- *(EL + OL) —— 2- (х + х) ——* 4x

*CL OC + OL* 4x + *х*

|  |  |
| --- | --- |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | 2 |

 Решите неравенство

153 — 3‘+ 1 — 53+' + 15

TPHEH

*x 2* + 2x '

PNOBO HbKI7Ńl lM№

**Решение:**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 15‘ — 3‘+' — 5‘+' + 15 = 0 | *—х 2 +*4 2s | 0 |
| 15‘ — 3 3‘ — 5 5\* -Р 15 = 0(15\* — 3 3‘) + (—5 5\* -Р 15) = 03‘ (5‘ — 3-) — 5 (5\* — 3) = 0 | х(2 4*— х)**х1* 0*х1* 2 | 0 |
| (5\* — 3)(3\* — 5) = 0 |  |  |
| 5\* — 3 = 0 3\* — 5 = 0 |  |  |
| 3\* = 5 |  |  |
| х = lOg 5 3 |  |  |

  

*“ LE LE х*

= 5: 1



б)

Найдём основания и высоту трапеции *MN Q Р:*

*MN —— —-*2

*AB*- *——*

12 = 6 (т.к. *MN —* средняя линия а *ABS)*

-

*OC*-

S

6

*——* 2

*AB*- 12 = 10 (т.к. = 5: 1)

6

2 3 12

171218

*СЕ ——* 3 “ 2 “ *AB ——*

*SO —— SC* 2 *OC ——* 13 — ) 2 — 11 (по теореме Пифагора)

*KL —— SO*- *——* 11 = 5,5 (т.к. *KL —* средняя линия а *SOE)*

*s*

### MN + PQ

*-*

*KL ——* 6 + 10

2

5,5 = 44

Ответ: б) 44

|  |  |
| --- | --- |
| **Содержание критерия** | Баллы |
| Обоснованно получен верный ответ в обоих пунктах | 2 |
| Верно доказан пункт *а.*ИЛНВерно решён пункт *б* при отсутствии обоснований в пункте *а* | 1 |

Ответ: (0; love 3] U [love 5 ; 2)

|  |  |
| --- | --- |
| Содержание критерия | Баллы |
| Обоснованно получен верный ответ | 2 |
| Решение содержит вычислительную ошибку, возможно,приведшую к неверному ответу, но при этом имеется | 1 |

|  |  |
| --- | --- |
| верная последовательность всех шагов решения |  |
| Решение не соответствуетперечисленных выше | ни | одному | из | критериев, | 0 |
| *Максимальный балл* | 2 |

 В треугольнике *ABC* точки *А , В п С —* середины сторон *BC, AC* и *AB*

соответственно, *АН —* высота, *лВАС ——* 60°, *лВСА ——* 45°.

а) Докажите, что точки *A1 , В , С п Н* лежат на одной окружности.

6) Найдите Л1 , если *BC ——* 23.

**Решение:**



Соединим точками четырёхугольник *А В C Н*



*НA + С ——* 180°

*JB -1- MD ——* 180°



Наша задача доказать, что сумма противоположных углов в данном четырёхугольнике равна 180°

*SABC ——* 180 — *АВбА* — *ABA€ ——* 180 — 45 — 60 = 75°

*KBAH ——* 180 — *KAHB — KABH ——* 180 — 90 — 75 = 15°

*KCAH —— KBAC — KBAH ——* 60 — 15 = 45°

TPHEH

В прямоугольном треугольнике медиана, проведённая к гипотенузе, равн половине гипотенузы

PNOBO HbKI7Ńl lM№



Рассмотрим а *ABH —* прямоугольный

*С Н —* медиана

*С Н —— AC (по* свойству медианы в прямоугольном треугольнике)

*k AC Н —* равнобедренный

*LAHC —— JBAH ——* 15°

171218



Признаки параллелограмма

Четырёхугольник является параллелограммом:

1. Если две стороны равны и параллельны
2. Если противоположные углы попарно равны
3. Если противоположные стороны попарно равны
4. Если все противоположные стороны попарно параллельны
5. Если диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам
6. Если сумма соседних углов равна 180 градусов
7. Если сумма квадратов диагоналей равна сумме квадратов всех сторон
8. Если сумма расстояний между серединами противоположных сторон выпуклого четырёхугольника равна его полупериметру



Рассмотрим *Al B* 6, *B1*

*А В i i ВС*

Найдём углы внутри треугольника и подпишем их на рисунке:

*LBCA ——* 45°

*А В —— ВС*

=>

(т.к. *А В —* средняя линия)

*А ВС В —* параллелограмм

*а* = *b* =

 

*с -* 2*R*



=>

*НA В С —— SABC ——* 75°

*НA HC z* —— z ЛfIЛ 1 -b z ЛfIC 1 = 90 -b 15 = 105°

*НA В С + НA HC ——* 75 -b 105 = 180°

=>

Четырёхугольник *А В С Н* можно вписать в окружность

Точки *А , В , С н Н* лежат на одной окружности



siп п siп Д sin у



*BC AB*

 

siп fi siп *С*

TPHEH

23 \_ *AB*

 

siп 60° sin 45°

PNOBO HbKI7Ńl lM№

23 sin 45° 23 '

6)

Свойство трапеции

*AB ——*

*В С ——*

sin 60°

2

*AB* 22

#### =

2 2

Рассмотрим *А В С Н:*

### A1

171218

Если трапеция вписана в окружность, то она - равнобедренная



*А В С Н —* равнобедренная трапеция (трапеция из-за параллельности двух сторон, а равнобедренная из-за того, что вписана в окружность)



Пусть

*А Н = х*

*А Р —* высота трапеции



Свойство равнобедренной трапеции

+

*AD — BC*

*AD + BC*

siп 45° cos 30° — cos 45° siп 30° =

22

[N•](http://vk.com/ege100ballov)lAl Hx ¿ıqHhoao anHZd

## 2 3 2 1 3-i

2 2 2 ’Є 2

#### 6 2 3 - i

4 4 22

4 22

Тогда

*— А Н* 3 — х



2 2

[Ł‹](http://vk.com/ege100ballov)

= 3 — *х*



*J BI A, Р* —— 180 — *JB, РА 1 <А, B1С, ——* 180 — 90 — 75 = 15°

##### Формулы сложения и вычитания аргументов sin(n + Д) = sin п cos Д + cos п sin Д

sin(n — Д) = sin п cos Д — cos п sin Д cos(n + Д) = cosз cos Д — sin п sin Д cos(n — Д) = cosз cos Д + sin п sin Д



#### i=l

[8](https://vk.com/shkolapifagora)[fZ›](http://vk.com/ege100ballov)

*ABH =* 1

Ответ: 6) 1



siп *zB,A,P ——*

*В Р*



*А B 1*

|  |  |
| --- | --- |
| Содержание критерия | Баллы |
| Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* иобоснованно получен верный ответ в пункте 6 | 3 |
| Получен обоснованный ответ в пункте 6иЛИИмеется верное доказательство утверждения пункта а и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки | 2 |
| Имеется верное доказательство утверждения пункта п,ИЛИПри обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки,иЛИ | 1 |

sin 15° =

##  —i

 2



Если в конце 23—го, то-: 529 Если в конце 24—гo, то-: 576

|  |  |
| --- | --- |
| Обоснованно получен верный ответ в пункте *6 с* использованием утверждения пункта *а,* при этом пункт а не выполнен |  |
| Решение не соответствуетперечисленных выше | ни | одному | из | критериев, | 0 |
| *Максимальный балл* | 3 |

1,12

1,1'

Если в конце 25—го, то: 625 1,10

Сравним суммы на счёте в конце 20—го, 21-гo и 22-го

TPHEH

 Пенсионный фонд владеет ценными бумагами, которые стоят t 2 тыс. рублей в конце года t (t = 1; 2; ... ). В конце любого года пенсионный фонд

может продать ценные бумаги и положить деньги на счёт в банке, при этом в конце каждого следующего года сумма на счёте будет увеличиваться на 10%.

В конце какого года пенсионному фонду следует продать ценные бумаги, чтобы в конце двадцать пятого года сумма на его счёте была наибольшей?

Решение:

Если продать бумаги в конце 1—го года, то за оставшиеся 24 года сумма на

счёте будет: 1- 1,12’

Если в конце 2—го, то: 4- 1,1 ' 3 Если в конце 3—го, то: 9- 1,1" Если в конце 4—го, то: 16- 1,1" Если в конце 5 —го, то: 25- 1,1' 0 Если в конце б—го, то: 36- 1,1" Если в конце 7—го, то: 49- 1,1' 8

Если в конце 8—гo, то: 64- 1,1' 7

Если в конце 9—гo, то: 81- 1,1' 6

Если в конце 10-гo, то: 10 0- 1,1' 5 Если в конце 11-ro, то: 121- 1,1" Если в конце 12-гo, то: 144- 1,1" Если в конце 13-го, то: 169- 1,1" Если в конце 14-гo, то: 19 6- 1,1" Если в конце 15-го, то: 225- 1,1' 0

Если в конце 16-го, то: 256- 1,19 Если в конце 17-го, то: 289- 1,18 Если в конце 18-гo, то: 324- **1,17**

Если в конце 19-го, то: 361- 1,1 6

Если в конце 20-гo, то: 40 0- 1,1 5 Если в конце 21-гo, то: 441- 1,1’ Если в конце 22-го, то: 484- 1,1'

=>

продать в конце 21 года выгоднее всего

PNOBO HbKI7Ńl lM№

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| В конце 20—гo года | В конце 21—го года | В конце 22—го года |
| 400-400- | 1,151,21 1,13 | 441 - 1,14441- 1,1 | 1,13 | 484-484- | 1,1'1,1' |
| 484 |  | 485,1 |  | 484 |  |

Ответ: 21

|  |  |
| --- | --- |
| Содержание критерия | Баллы |
| Обоснованно получен верный ответ | 3 |
| Верно построена математическая модель, решение сведенок исследованию этой модели, получен неверный ответ из-за вычислительной ошибкиИЛИПолучен верный ответ, но решение недостаточно обоснованно | 2 |
| Верно построена математическая модель и решениесведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено | 1 |
| Решение не соответствуетперечисленных выше | ни | одному | из | критериев, | 0 |
| *Максимальный балл* | 3 |

 Найдите все значения п, при каждом из которых система

171218

(1 -4)2 +(y-4)2 =9,

##### у = *х* — п Ј+ 1

имеет ровно три различных решения.

**Решение:**

Решим графически:

Первое уравнение— окружность с центром (4; 4) и радиусом 3 Второе уравнени—е прямой угол с вершиной (п; 1)

Пусть

m — прямая с *k* —— —1 из семейства прямых у = —х + п + 1, проходящая через точку касания окружности (слева), т.е. через т. *А*

р — прямая с *k ——* 1 из семейства прямых у = т — п + 1, проходящая через точку касания окружности (справа), т.е. через т. *С*

Проведём прямые m и р



Найдём координаты точек касания:

Проведём два радиуса в точки касания, достроим квадрат и введём точки, как показано на рисунке:

*ABCD —* это квадрат, т.к. *AB —— BC* (радиусы)

*KBAD ——* 90°

TPHEH

PNOBO HbKI7Ńl lM№

171218

*ABCD ——* 90°

(по свойству касательных)

Рассмотрим а *AOB —* прямоугольный и равнобедренный

*AB ——* 3

*AO —— ВО*

(половины диагоналей квадрата)

*AB* 2 = fi *О* 2 -1- *В O 2*

32 = *АО 2* -1- *АО 2*

9 = 2AO 2

*АО 2* = —

2

*А0 ——*

2



3

+

|  |  |
| --- | --- |
| С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений а | 2 |
| Верно получена хотя бы одна граничная точка искомогомножества значений а | 1 |
| Решение не соответствуетперечисленных выше | ни | одному | из | критериев, | 0 |
| *Максимальный балл* | 4 |

*OB —— OC ——*

H ¿› ıqHhoao anHZd

(’ ; 4 — ) — координаты точки *А*

4 4 — ) — координаты точки *С*

Найдём значение параметра п, соответствующее прямой m

у = *—х + а +* 1 проходит через т. *А* $4  4 — )



п = 7 — 6 = 7 — 32

Каждый из группы учащихся сходил в кино или в театр, при этом возможно, что кто-то из них мог сходить и в кино, и в театр. Известно, что в театре мальчиков было не более  общего числа учащихся группы, посетивших театр, а в кино мальчиков было не более 2 ОТ общего числа

учащихся группы, посетивших кино.

Найдём значение параметра п, соответствующее прямой р

у = *х — а + I* проходит через т. *С* (4 +

4- — п + 1



Итак,

4 — )

а) Могло ли быть в группе 10 мальчиков, если дополнительно известно, что всего в группе было 20 учащихся?

б) Какое наибольшее количество мальчиков могло быть в группе, если дополнительно известно, что всего в группе было 20 учащихся?

[Ł‹](http://vk.com/ege100ballov)

[N•](http://vk.com/ege100ballov)lAl

в) Какую наименьшую долю могли составлять девочки от общего числа учащихся в группе без дополнительного условия пунктов а и 6?

[8](https://vk.com/shkolapifagora)[fZ›](http://vk.com/ege100ballov)

**Решение:**

Если п < 7 — ЗА, то пересечений 2, 1 или 0

Если п = 7 — 32, то 3 пересечения Если 7 — ЗА < п < 4, то 4 пересечения Если п = 4, то 3 пересечения

Если 4 < п < 1 + 32, то 4 пересечения

Если п = 1 + 32, то 3 пересечения

Если п > 1 + ЗА, то пересечений 2, 1 или 0

Ответ: п С (7 — ЗА; 4; 1 + ЗА)

|  |  |
| --- | --- |
| **Содержание критерия** | Баллы |
| Обоснованно получен правильный ответ | 4 |
| С помощью верного рассуждения получено множествозначений а, отличающееся от искомого конечным числом точек | 3 |

В театре число мальчиков й 4 числа посетивших театр

 числа посетивших кино

а)

Доля мальчиков в театре будет тем меньше, чем меньше будет мальчиков в театре и чем больше будет девочек в театре

Аналогично с кино

Доля мальчиков в кино будет тем меньше, чем меньше будет мальчиков в кино и чем больше будет девочек в кино

В группе 20 учащихся: 10 мальчиков и 10 девочек

Пусть

все мальчики ходили только в кино или только в театр, а все девочки ходили сразу и в кино, и в театр за 1 день

Начинаем подбор: 1

Пусть

5 мальчиков были только в театре 5 мальчиков были только в кино Тогда

Всего в театре было 5 м + 10 д

=>

5 1

15 3

(Доля мальчиков в театре)

Проверим, подходит ли под условие: 1 4

3 13

13 12

##### 39 39

=>

Противоречие

=>

Такой вариант нам не подходит, уменьшим число мальчиков в театре 2

Пусть

1. мальчика были только в театре 6 мальчиков были только в кино Тогда

Всего в театре было 4 м + 10 д

=>

14 7

(Доля мальчиков в театре)

Проверим, подходит ли под условие: 2 4



7 " 13

26 18

91 91

=>



Проверим, подходит ли под другое условие: Всего в кино было 6 м + 10 д

=>

#### 6 3

##### 16 8

(Доля мальчиков в кино)

TPHEH



8 5

15 16



40 40

=>

PNOBO HbKI7Ńl lM№





б)

В предыдущем пункте было доказано, что мальчиков могло быть 10, предположим, что их было 11 :

Если мальчиков 11, то девочек 9 Аналогично предыдущему пункту:

Доля мальчиков в театре будет тем меньше, чем меньше будет мальчиков в театре и чем больше будет девочек в театре

Аналогично с кино

Доля мальчиков в кино будет тем меньше, чем меньше будет мальчиков в кино и чем больше будет девочек в кино

Пусть

171218

все мальчики ходили только в кино или только в театр, а все девочки ходили сразу и в кино, и в театр за 1 день

Начинаем подбор:

1

Пусть

1. мальчиков были только в театре 6 мальчиков были только в кино Тогда

Всего в театре было 5 м + 9 д

=>

5

14

(Доля мальчиков в театре)

Проверим, подходит ли под условие:

5 < 4 =>

14 13

65 < 56

#### 182 181

=>

Мротиворечие

Такой вариант нам не подходит, уменьшим число мальчиков в театре 2

Пусть

4 мальчика были только в театре 7 мальчиков были только в кино Тогда

Bceгo в театре было 4 м + 9 д

=>

13

(Доля мальчиков в театре)

Проверим, подходит ли под условие: 4 4

13 13

=>



мальчиков в театре должно быть 0, 1, 2, 3 или 4

Проверим, подходит ли под другое условие: Всего в кино было 7 м + 9 д

=>

##### 7

16

(Доля мальчиков в кино)

#### 7 2

16 <—

5

#### 6 2

15 5

(Доля мальчиков в кино)

TPHEH

2 < 2

5 5

мальчиков в кино должно быть 0, 1, 2, 3, 4, 5 или 6 Итак,

PNOBO HbKI7Ńl lM№

мальчиков в театре должно быть 0, 1, 2, 3 или 4

мальчиков в кино должно быть 0, 1, 2, 3, 4, 5 или 6

=>

даже если в театре было 4 мальчика и в кино 6, то одиннадцатый мальчик не был ни в театре, ни в кино, что противоречит условию

11 мальчиков в группе из 20 учащихся быть не могло

=>

10 — наибольшее количество мальчиков в группе из 20 учащихся

)

Из предыдущего пункта следует, что наибольшее количество мальчиков в

группе (а, следовательно, наименьшая доля девочек) достигается, если все мальчики ходили или в кино, или в театр, а все девочки ходили и в кино, и в театр за 1 день.

171218

Пусть

m, — число мальчиков в театре

Шg — ЧИСЛО М**dЛЬЧИ KOB** В ЕИНО

d — число девочек в театре или кино

Требуется найти наименьшее значение дроби:

*d*



##### m, + m, + *d*

Преобразуем дробь:

35 32



##### 80 80

=>

Противоречие

Такой вариант нам не подходит, уменьшим число мальчиков в кино Bceгo в кино было 6 м + 9 д

*d* 1 1

  

m, + m, + *d* " m, -1- m + *d* " m, + ‘" + 1

Попробуем как-то оценить значение дроби:



d

1

По условию имеем:

В театре число мальчиков й числа посетивших театр



m, + d 13

*d* 3

m, 2 2d й 3m,

3m, 2d 3

TPHEH

13m-, й 4 (m, + *d)*

13m,

#### 4

m + d > 13

*d* 3

3

PNOBO HbKI7Ńl lM№

#### m, 4

m, +

d > 13



*d "* 3

##### 1+ d > 13

d 9



m, 4

4d й 9m,





d 9

2

По условию имеем:

m, + m, < 10

d 9

4

Мы искали наименьшее значение дроби: 1





Чем больше знаменатель — тем меньше значение дроби

171218

=>

В кино число мальчиков — числа посетивших кино

####  m, 2

Подставляемпо 

 1 =1:19 = 9

наибольшее возможное значение, т.е. 10

m, + d 5

10 1 9 19

5m-, й 2 (m, + d) 9

Ответ: а) Могло, 6) 10, в)

m, + d 52

|  |  |
| --- | --- |
| Содержание критерия | Баллы |
| Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1балл) результаты | 4 |
| Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1балл) результатов | 3 |
| Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1балл) результатов | 2 |
| Верно получен один из следующих результатов: | 1 |

m 2

*т d*

+ й 2

|  |  |
| --- | --- |
| * обоснованное решение п. а;
* обоснованное решение п. 6;
* искомая оценка в п. в;
* пример в п. в, обеспечивающий точность предыдущей оценки
 |  |
| Решение не соответствуетперечисленных выше | ни | одному | из | критериев, | 0 |
| *Максимальный балл* | 4 |

