Единый государственный **экзамен**

по МАТЕМАТИКЕ

**Профильный** уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя

21 задание. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1—12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

Ответ. *-0,В* il1— 0 8

При выполнении заданий 13—19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами.

Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

*Желаем успеха.!*

Справочные материалы

sin2 ‹i + cos2 о = 1 sin 2п = 2 sin п cos п cos 2п = cos' п — sin2 п

*Ответом к заданиям* 1—12 *является уелое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем nepeнecume его в БЛАНК OTBETOB Х• I справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной илеточке в соответствии с приведёнными в бяанке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

 На автозаправке клиент отдал кассиру 1000 рублей и залил в бак 35 литров бензина по цене 25 py6. 40 коп. за литр. Сколько рублей сдачи он должен

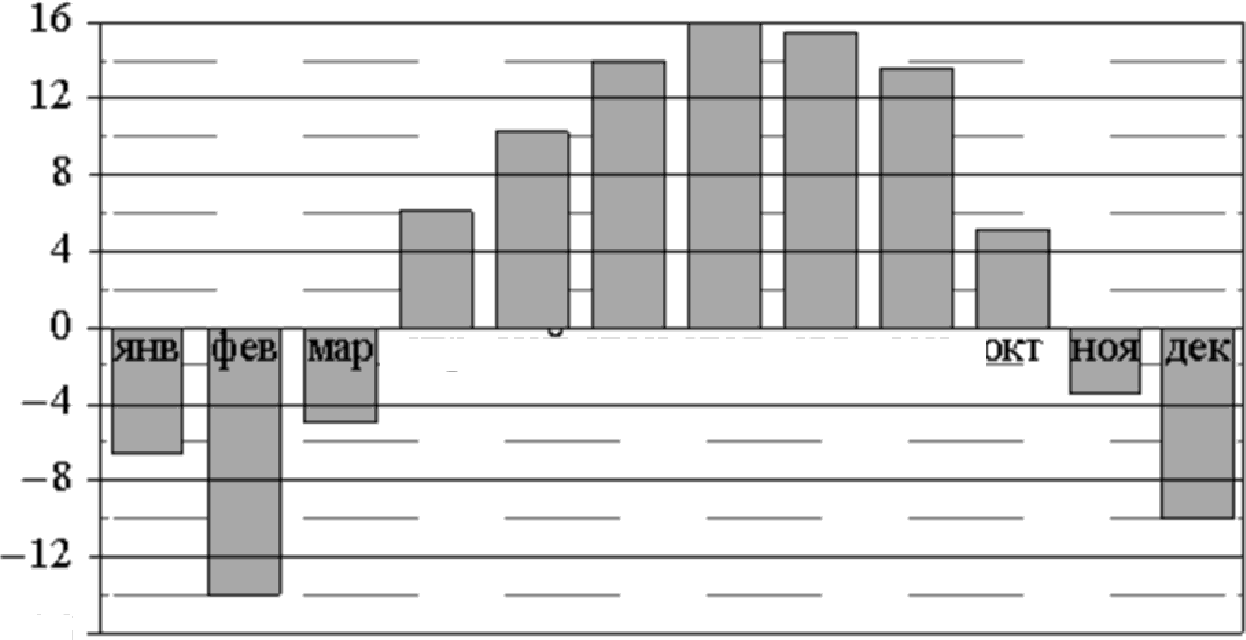
¿ıqHhoao anHZd

+

получить у кассира?

Ответ:

 На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в нижнем Новгороде за каждый месяц 1994 года. По горизонтали указываются

месяцы, по вертикали температура в градусах Цельсия. Определите по приведённой диаграмме наибольшую среднемесячную температуру в первой половине 1994 года. Ответ дайте в градусах Цельсия.

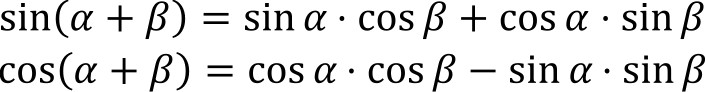
[OZŁ](https://vk.com/shkolapifagora) [Ł 1 Ł](http://vk.com/ege100ballov)

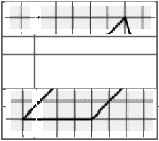
[N•](http://vk.com/ege100ballov)

# qanp маи\_июн июл авг сен

—16

Ответ:



 Найдите площадь трапеции, изображённой на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см х 1 см (см. рис.). Ответ дайте в

квадратных сантиметрах.

Ответ:

 В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 5 или 6.

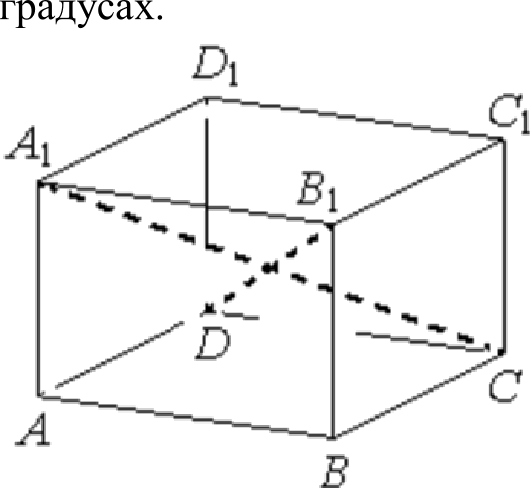
Ответ:  Найдите корень уравнения

(6x — 13)' = (6x — 11)2 .

 В правильной четырёхугольной призме *ABCD А В С D* известно, что

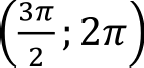
*В D ——* 2ЛD. Найдите угол между диагоналями *DB н СА .* Ответ дайте в

TPHEH



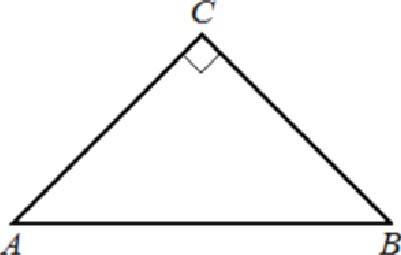
Ответ:

PNOBO HbKI7Ńl lM№

Найдите

Ответ:

cos п, если sin п 7

 В треугольнике *ABC* угол *С* равен 90°, *AB ——* 10,

*AC ——* 5. Найдите sin *А.*

Ответ:

 Прямая *у ——* —Зх — 5 является касательной к графику функции у = х' -1- 7x -1- *с.* Найдите *с.*

Ответ:

130





Ответ:

Наблюдатель находится на высоте h (в км). Расстояние I (в км) от наблюдателя до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле I = 2R/t, где *R ——* 6400 км — радиус Земли. На какой высоте находится наблюдатель, если он видит линию горизонта на расстоянии 96 км? Ответ дайте в км.

71120

Ответ:

Первые 120 км автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, следующие 200 км со скоростью 100 км/ч, а затем 160 км— со скоростью 120 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:



132 Найдите наименьшее значение функции

H ¿›ıqHhoao anHZd

+

Точки *Р, Q, W* делят стороны выпуклого четырёхугольника *ABCD* в

у = 43a — 43 tg х — 35 на отрезке

;  отношении *АР: PB —— CQ: QB —— CW: WD ——* 3: 4, радиус окружности, описанной около треугольника *РQW,* равен 10, *РQ ——* 16, *QW ——* 12, угол

*PWQ* — острый.

Ответ:

а) Докажите, что треугольник *РQW —* прямоугольный.

6) Найдите площадь четырёхугольника *ABCD .*

 а) Решите уравнение

*Для записи решений и ответов на задания* **13—19** *используйте БЛАНК OTBETOB Хз* 2. *Запишите сначала нoжep выполняемого задания* (13, 14 п *т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответъі записывайте чётко и разdорчиво.*

### sin 2s + *2* sin т = 3 cos х + 3.

Часть 2

*Не забудьте nepeнecmu все ответы в бланк ответов Х• I в соответствии с инструкцией по въіпоянению padomы.*

137

В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на три года в размере *S*

млн рублей, где *S — целое* число. Условия его возврата таковы:

* каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
* с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

[N•](http://vk.com/ege100ballov)lAl

* в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

[› Ł‹](http://vk.com/ege100ballov)

6) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

—Зп; Зп 2

134 В кубе *ЛB fDA,B1 €1 D,* все рёбра равны 5. На его ребре *BB* отмечена точка *К* так, что *KB ——* 3. Через точки *К* и *31* проведена плоскость п, параллельная прямой *В D .*

а) Докажите, что *А Р: PB ——* 1: 2, где *Р —* точка пересечения плоскости п с ребром *А В .*

6) Найдите объём большей из двух частей куба, на которые он делится



 Решите неравенство

lo8з(81a) lo8з 4 > 24 — lo8з \*'

Найдите наименьшее значение *S,* при котором каждая из выплат будет больше 5 млн рублей.

[oz›](https://vk.com/shkolapifagora)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Месяц и год | Июль 2016 | Июль 2017 | Июль 2018 | Июль 2019 |
| Долг (в млн  рублей) | *S* | 0,7S | 0,4S | 0 |

 Найдите все значения п, при каждом из которых уравнение

no + —7 — 8x — x 2 = 2n + 3 имеет единственный корень.

°8з 4 + lo8з(81a)

log х — 16



139 В последовательности п •2. • , nq, состоящей из целых чисел, m — 1, nq = 235. Сумма любых двух соседних членов последовательности равна 3, 5 или 25.

а) Приведите пример такой последовательности.

6) Может ли такая последовательность состоять из 1000 членов?

в) Из какого наименьшего числа членов может состоять такая последовательность?

Система оценивания Ответы к заданиям 1-19

Каждое из заданий 1—12 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом.

H ¿›ıqHhoao anHZd

+

Верно выполненные задания 13-15 максимум оцениваются в 2 балла, задания 16-17 — в 3 балла, а задания 18-19 — в 4 балла.

[N•](http://vk.com/ege100ballov)lAl

|  |  |
| --- | --- |
| О проекте «Пробный ЕГЭ каждую неделю»  Данный ким составлен командой всероссийского волонтёрского проекта  «EFЭ 100 баллов» [https://vk.coimi/eqe100ballov](https://vk.com/ege100ballov) и безвозмездно распространяется для любых некоммерческих образовательных целей.  Нашли ошибку в варианте?  Напишите нам, пожалуйста, и мы обязательно её исправим!  **Для замечаний и пожеланий:** [https://vk .coш/topic-1 0175642 35994898](https://vk.com/topic-10175642_35994898)  **(также** доступны другие **варианты для скачивания)** | |
| СОСТАВИТЕЛЪ ВАРИАНТА: | |
| ФИО: | Евгений Пифагор |
| Предмет: | Математика |
| Стаж: | 6 лет репетиторской деятельности |
| Регалии: | Основатель проекта Школа Пифагора  Трижды победитель олимпиады по высшей математике среди всех студентов Тольяттинского государственного университета |
| Аккаунт BK: | https://vk.com/eugene10 |
| Сайт и доп.  **информация:** | https://youtube.com/ШкoлaПuфaropa |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № задания | Ответ | | | | |
| 1 | ll 1 | | | | |
| 2 | 14 | | | | |
| 3 | 18 | | | | |
| 4 | 0,25 | | | | |
|  | 2 | | | | |
| 6 | 0,7 | | | | |
| 7 | 20 | | | | |
| 8 | 60 | | | | |
| 9 | 0,96 | | | | |
| 10 | 0,72 | | | | |
| 11 | 90 | | | | |
| 12 | —35 | | | | |
| 13 | a + '\*  6) — Зк; | — |  | + '\* , з -1- 2пп; п С *Z.* |  |
| 14 | 1075    9 | | | | |
| 15 |  | 0; | 1 | 1  (81; +‹») |  |
| 16 | 392 | | | | |
| 17 | 11 млн | | | | |
| 18 | 1  —1;—  (0] | | | | |
| 19 | а)  1 2 3 0 5  6) нет, в) 23 | —2 |  | 7 231 —228 233 —230 | 235 |



[oz›](https://vk.com/shkolapifagora)

[› Ł‹](http://vk.com/ege100ballov)

**Решения** и критерии оценивания заданий **13—19**

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13—19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

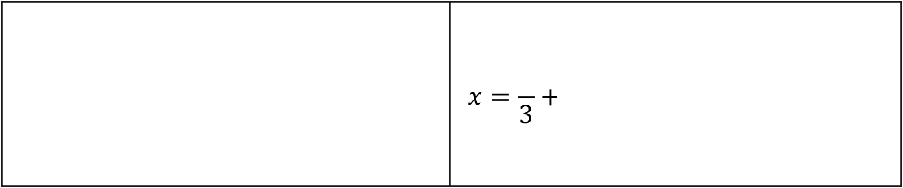
х = п + 2пп; п С *Z*

sin х = 2

2пп; п Е 5

TPHEH

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи

должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы 6)

х = 2

-1- 2пп; п С £

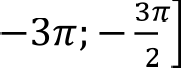
записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов. Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

а) Решите уравнение

s

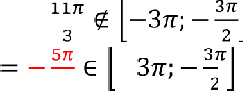
Подберём корни для х = п + 2пп; п С *Z*

Если п = —3, то *х —— к —* 6п = —5п & 

PNOBOHbKI7Ńl lM№

Если п = —2, то х = п — 4п = — Зп С —Зп; — 32 Если п = —1, то *х —— к —* 2п = —п 8 —Зп; —

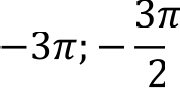
Подберём корни для х = + 2пп; п С *Z*

Если п = —2, то *х ——* — 4п Если п = —1, то х = — 2п Если п = 0, то *х ——* & —Зп; — 2

### sin 2s *+* 2 sin т = 3 cos х + 3.

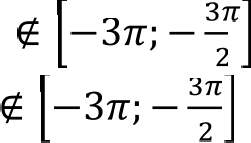
Подберём корни для х = 2

+ 2пп; п С *Z*

6) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Содержание критерия** | | | | | **Баллы** |
| Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах | | | | | 2 |
| Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или в  пункте *б*  ИЛИ  Получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов— пункта *а* и пункта *б* | | | | | 1 |
| Решение не соответствует  перечисленных выше | ни | одному | из | критериев, | 0 |
| *Максимальный балл* | | | | | 2 |

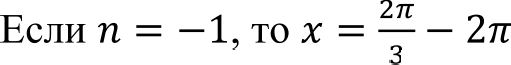
Если п = —2, то х = 2

— 4п = 10г 3

s

s

171120

Решение:

а)



### 2 siп х cos *х* + 2 sin т —— *3* cos *х +*

2 siп х (cos *х +* 1) = - (cos *х +* 1)

2 siп х (cos *х +* 1) — - (cos *х +* 1) = 0 (cos *х +* 1)(2 sin *х* — ) = 0

Ответ: а) п -1- 2пп, -1- 2кп, 2

-1- 2пп; п С *Z.* 6) —Зп; —

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 2 sin х  2 sin х | —  = | 3  3 | = | 0 |

134 В кубе *ЛBCDA,B1 CI D,* все рёбра равны 5. На его ребре *BB* отмечена точка

*К* так, что *KB ——* 3. Через точки *К н* 31 проведена плоскость п, параллельная прямой *ВD .*

а) Докажите, что *А Р: PB ——* 1: 2, где *Р —* точка пересечения плоскости п с ребром *А В .*

6) Найдите объём большей из двух частей куба, на которые он делится

ПЛОСКОСТЬЮ О.

**Решение:**

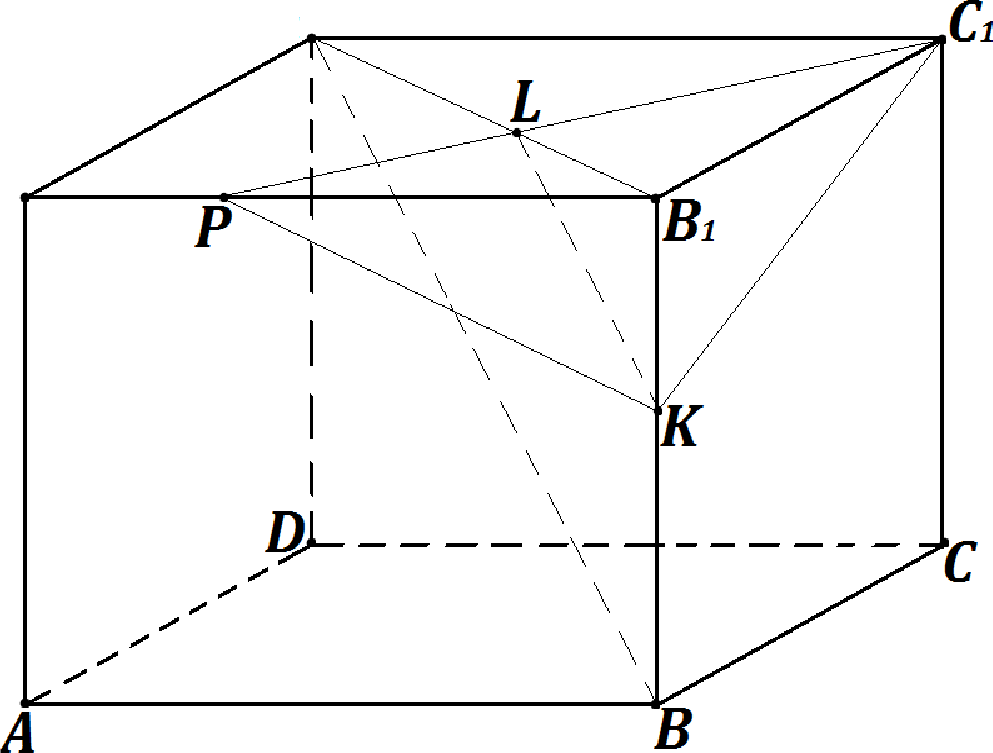
### а)

*KB ——* 4

=>

*NB* —— *ВВ1* — *KB —— 5 —* 3 = 2

Ностроение плоскости п:

*31*

*A1*

Распишем отношение сходственных сторон в подобных треугольниках

*В KL* и *В В D*

*В К В 1 1*

TPHEH

*ВВ 1 В D*

2 *В L*



5 *B 1D 1*

Пусть

*В L ——* 2x

PNOBOHbKI7Ńl lM№

*В D ——* 5x

=> *D L —— В D — В L ——* 5x — 2x = Зх

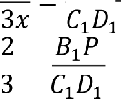
Распишем отношение сходственных сторон в подобных треугольниках

*PB L* и *С D L*



*D L С D*

2x *В Р*



Пусть

*ВОР* —— 2y

*С D ——* Зу

=> *А Р —— С D — В Р ——* Зу — 2y = у

171120

*А Р* у

*PB* 2y

*А Р* 1

*PB* 2

6)

2 2 10

Построим прямую *КC1 ,* т.к. точки *К* и 31 лежат в одной плоскости Построим вспомогательную прямую *В D ,* которая является проекцией *BD* на «потолок», т.е. на *(А В С )*

*PB —— A 1 B 1* = 5 =

искомой части куба куба *РВ Ј С Ј К*

В а *BB, D,* построим *KL* такую, что *KL i i В D*

Построим *С L, z.к.* точки 31 и *L* лежат в одной плоскости Продлим *CI L* до пересечения с ребром *А B1* в точке *Р*

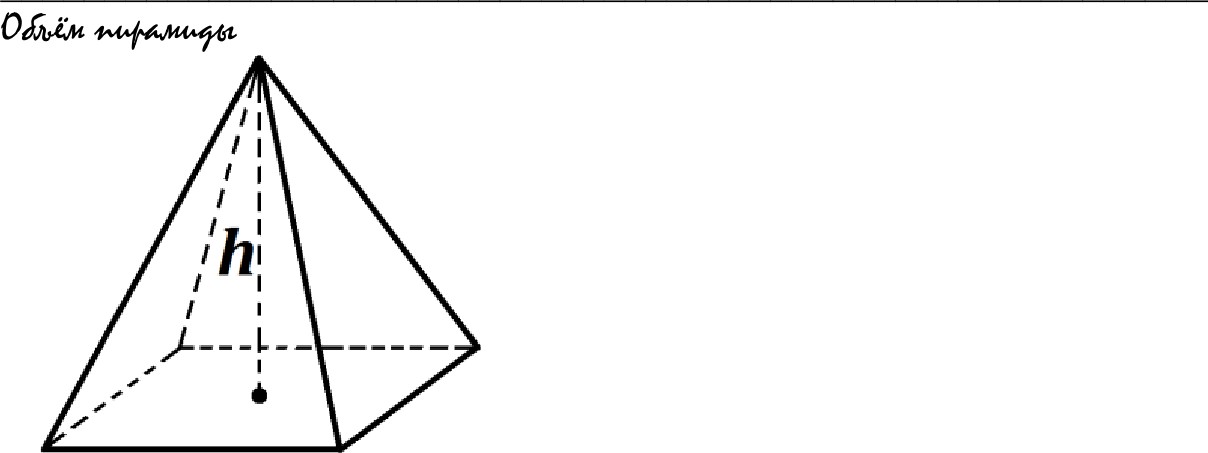
Построим прямую *PK,+.к.* точки *Р п К* лежат в одной плоскости

=> а *С PK —* сечение куба плоскостью cr

'куба

* 5s

12 5

**Решение:**

¿ıqHhoao anHZd

+

1.

### 813 > 0

< > 0

1

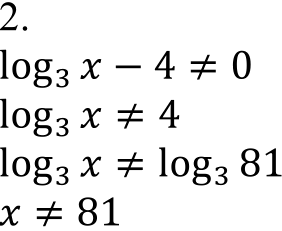
" 1 основания ”

# 1

*P*-*BJ 31*

### 1

*B 1* N -*—*

3.

### lo a (81a) а 0

love (81х) Т love 1

10 5 50

81х Т 1

3' . 2 - 2 = 9

50 1125 — 50 1075

1

* + 81

*х*

4.

[OZŁ](https://vk.com/shkolapifagora) [Ł 1 Ł](http://vk.com/ege100ballov)

искомой части к' уба

Ответ: 6) 1075

12 5

### 9 9 9

log2x 4— 16 0



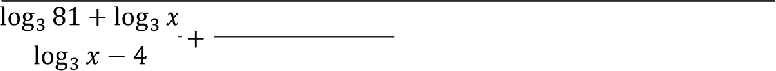
log, х > +4 1

81

х т 81





lo ve — 4 24 — 8 log, *х*

|  |  |
| --- | --- |
| **Содержание критерия** | **Баллы** |
| Обоснованно получен верный ответ в обоих пунктах | 2 |
| Верно доказан пункт п.  ИЛИ  Верно решён пункт *6* при отсутствии обоснований в пункте *а* | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев,  перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | 2 |

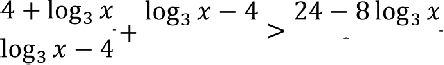
log 81 + log х log2x — 16

 Решите неравенство

lo8з(81a) log х — 4 > 24 — log x 8

4 + log *х* log§x — 16

log х — 4 + loв (81х)



log х — 16

Пусть lo ve *х —— t*

t + 4 + t — 4 > 24 — 8t t — 4 t + 4 t 2 — 16

t' + 8t + 16 + t' — 8t + 16 24 — 8t

t 2 — 16 t 2 — 16

2t 2 -b 32 24 — 8t

t 2 — 16 t' — 16 2

t 2 + 16 12 — 4t

t 2 — 16 t 2 — 16

t 2 —b 16 12 — 4t



t 2 — 16 t 2 — 16

t 2 + 16 — 12 + 4t

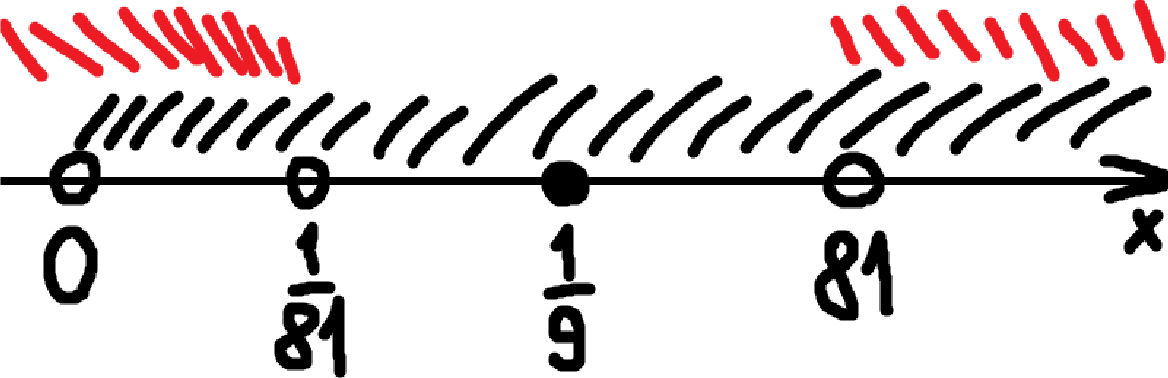
t 2 — 16 0

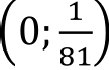
t' + 4t + 4 Е 0

t 2 — 16

t 2 — 16

Объединим все корни и промежутки с ОДЗ:

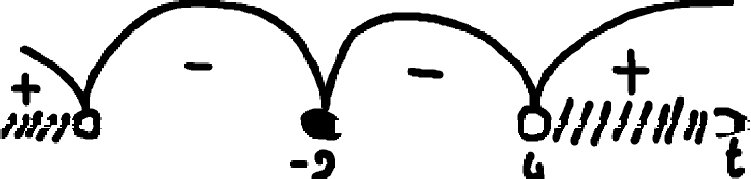


Ответ: U ( U (81; + m)

TPHEH

PNOBOHbKI7Ńl lM№

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Содержание критерия | | | | | Баллы |
| Обоснованно получен верный ответ | | | | | 2 |
| Решение содержит вычислительную ошибку, возможно,  приведшую к неверному ответу, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения | | | | | 1 |
| Решение не соответствует  перечисленных выше | ни | одному | из | критериев, | 0 |
| *Максимальный бтіл* | | | | | 2 |

 Точки *Р, Q, W* делят стороны выпуклого четырёхугольника *ABCD* в отношении *АР: PB —— CQ: QB —— CW: WD ——* 3: 4, радиус окружности,

171120

описанной около треугольника *РQW,* равен 10, *РQ ——* 16, *QW ——* 12, угол

*PW Q* — острый.

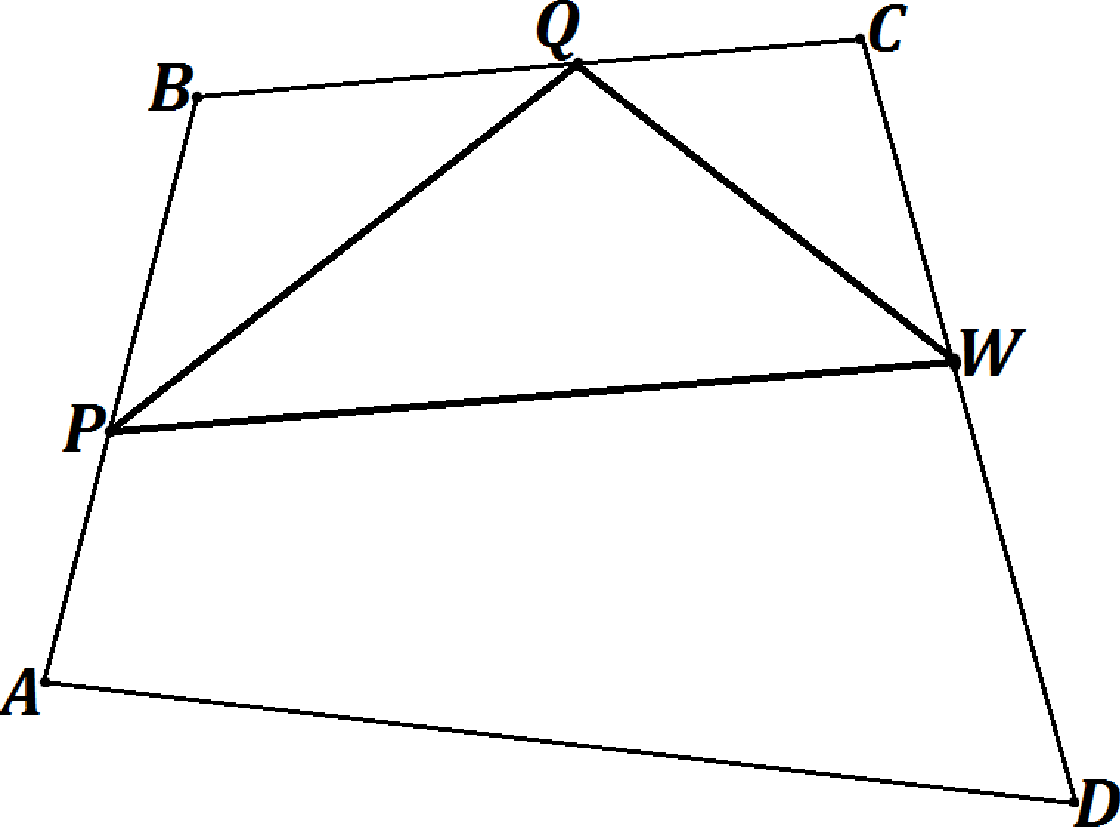
а) Докажите, что треугольник *РQW —* прямоугольный.

6) Найдите площадь четырёхугольника *ABCD .*

Решение:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| t<—4  lo8з \* < 4  1  logз *х <* logз 81  1  *х <* 81 | t = —2  lO$gI —/  1  log, *х ——* log, 9  *х* = 1 | t > 4  lo8з 4  logз х > logз 81  х > 81 |

а)

По теореме синусов из а *РQW:*

(посторонний корень)

Заметим, что в А *РQW* выполняется теорема Пифагора:

*P w 2* — *p* 2 + g w 2

TPHEH

202 = 162 + 122

400 = 256 -b 144

400 = 400

=> а *РQW —* прямоугольный



sin zlV

PNOBOHbKI7Ńl lM№

16



sin zlV

= 20

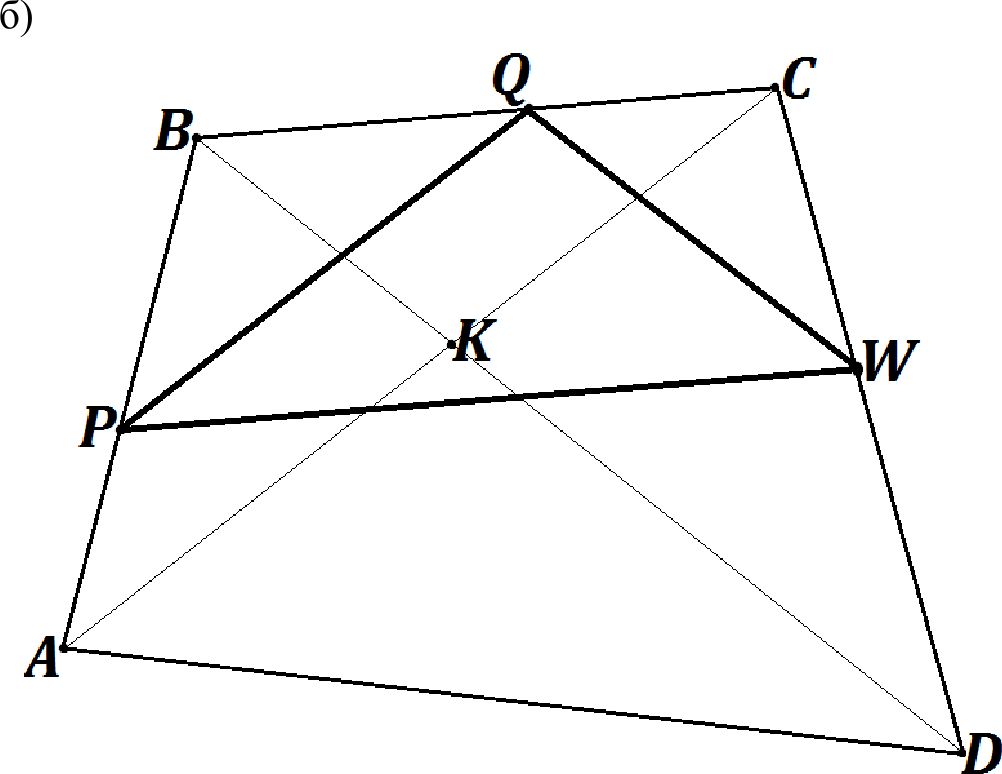
sin zlV =

cos zШ = 1 s,n2 zW = 3

5

По теореме косинусов из а *РQW: PQ*2 = QIV2 -b *PШ*-*З* — 2- QШ- *PW*

cos zШ

Построим диагонали четырёхугольника Пусть

*AC С BD —— К АР ——* Зп

171120

*BP ——* 4n

162 = 12' —1- *PW’ —* -*2-* 12 *PW-* 5

*PW* 2- *— 5 PW —* 112 = 0 - 5

5PIV 2 — 72PIV — 560 = 0

*D —— b*2 — 4пс = 5184 —F 11200 = 16384 = 1282

*PW ——* 72 —b 128 =20

### 10

71-128

*СQ ——* ЗЬ

*ВQ ——* 4b



*DW ——* 4c

*b СQW b BCD по* двум пропорциональным сторонам и углу между ними

*СQ QW*

*BC " BD*

*PW —"* 10 = —5,6

ЗЬ 12

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Содержание критерия | | | | | Баллы |
| Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и  обоснованно получен верный ответ в пункте *б* | | | | | 3 |
| Получен обоснованный ответ в пункте *б*  ИЛИ  Имеется верное доказательство утверждения пункта а и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки | | | | | 2 |
| Имеется верное доказательство утверждения пункта п,    При обоснованном решении пункта d получен неверный ответ из-за арифметической ошибки,    Обоснованно получен верный ответ в пункте d с использованием утверждения пункта *а,* при этом пункт а не выполнен | | | | | 1 |
| Решение не соответствует  перечисленных выше | ни | одному | из | критериев, | 0 |
| *Максимальный балл* | | | | | 3 |

7b *BD*

3 12

TPHEH

7 *BD*



*b ВРQ b ABС по* двум пропорциональным сторонам и углу между ними

*BP РQ*

PNOBOHbKI7Ńl lM№

*AB " AC*

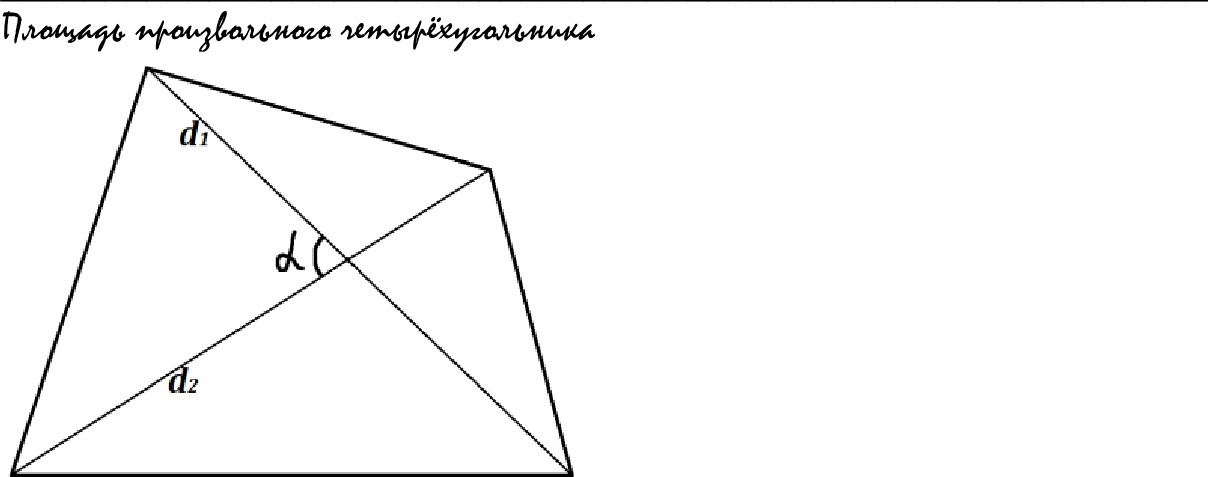
4 16

7 *AC*

4 16

7 *AC AC ——* 28

*LAKD —— РQW ——* 90°

(т.к. это соответственные углы при параллельных прямых)

*s* - d d 2 ‘ **SiП £f**

### 2

 В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн рублей, где S — целое число. Условия его возврата таковы:

* каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;

171120

* с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
* в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Месяц и год | Июль 2016 | Июль 2017 | Июль 2018 | Июль 2019 |
| Долг (в млн  рублей) | S | 0,7S | 0,4S | 0 |

*AC- BD-* sin 90°-

*S* = 2

28 28 = 392

2

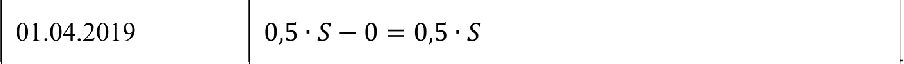
Найдите наименьшее значение S, при котором каждая из выплат будет больше 5 млн рублей.

Ответ: 392

**Решение:**

Пусть

1 января — день начисления процентов 1 апреля — день выплаты части долга

01.04.2019

0,5 *S —* 0 -= 0,5 S

Составим таблицу как изменялась суыма долга:

|  |  |
| --- | --- |
| Число | Сумма долга |
| 01.07.2016 | *5* |

По условию, каждая из выплат должна быть больше 5 млн рублей, получаем систему неравенств:

0,55 *S* > 5

TPHEH

0,475 *S* > 5

2017 год

- 0,5 *S* 5

500

PNOBOHbKI7Ńl lM№



=>

|  |  |
| --- | --- |
| 01.01.2017 | 25  1 -{--100 *S* = 1,25 S |
| 01.04.2017 |  |
| 01.07.2017 | 0,75 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 01.04.2017 | 1,25- | *S* | — | 0,7- | *S* | = | 0,55- | *S* |

2018 год

|  |  |
| --- | --- |
| 01.01.2018 | - 1,25- 0,7 *S ——* -0,875 *S* |
| 01.04.2018 |  |
| 01.07.2018 - | 0,4 *S* |

2019 год

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 01.04.2018 | 0- ,875 | *S* -*—* | 0,4 | *S* | *——* | 0- ,475 | *S* |

*S* 55

5000



475

50

5

100

> 11

**200**

19

*S* > 10

*5* > 9 1

171120

11

10

S > 10 19

*5* > 10

Требуется найти наименьшее подходящее целое S

=>

*5 ——* 11

Ответ: 11 млн

=>

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 01.01.2019 | - 1,25- | 0,4 | *S* -*——* 0,5 | *S* |
| 01.04.2019 |  | | | |
| 01.07.2019 | 0 | | | |

|  |  |
| --- | --- |
| Содержание критерия | Баллы |
| Обоснованно получен верный ответ | 3 |
| Верно построена математическая модель, решение сведено  к исследованию этой модели, получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки | 2 |

=>

+

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Получен верный ответ, обоснованно | но | решение | недостаточно |  |
| Верно построена математическая модель и решение  сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено | | | | 1 |
| Решение не соответствует  перечисленных выше | ни | одному | из критериев, | 0 |
| *Максимальный балл* | | | | 3 |

Графиком правой части уравнения является пучок прямых, проходящих, через точку (2; 3)

H ¿›ıqHhoao anHZd

 Найдите все значения п, при каждом из которых уравнение

### *ах +* —7 — 8т — т2 = 2n + 3

имеет единственный корень. Решение:

—7 — 8x — x 2 = —от + 2o + 3

Решим графически:

у= -7 - 8i-i 2

у = —х\* — 8x3 -b 16 — 7 у = (—x2 — 8т — 16) -Р 9

у = —(х -b 8x -b 16) -b 9

у = 32 ( т —1- 4 ) 2

Заметим, что если возвести данное уравнение в квадрат, то получится уравнение окружности:

у й 0

у' = 32 — (х -1- 4) 2

У Й 0

*(х +* 4)2 + y2 32

Графиком левой части уравнения является полуокружность с центром (—4; 0) и радиусом 3

Рассмотрим правую часть уравнения:

у *= —ах* + 2n + 3

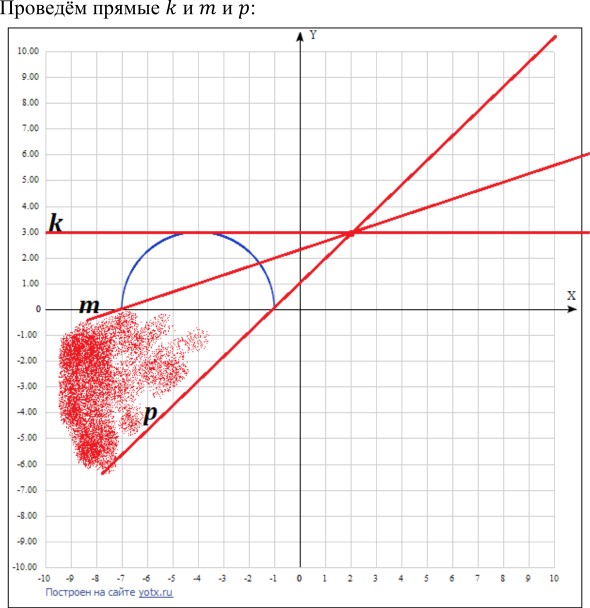
у = —п(х — 2) + 3

Пусть

*k —* прямая, проходящая через точку (2; 3), и касающаяся полуокружности m — прямая, проходящая через точку (2; 3) и точку «левого основания»

ПОЛ ОК]Э ЖНОСТИ

р — прямая, проходящая через точку (2; 3) и точку «правого основания»

полуокружности

[oz›](https://vk.com/shkolapifagora)

[› Ł‹](http://vk.com/ege100ballov)

[N•](http://vk.com/ege100ballov)lAl

Найдём значение параметра п, соответствующее прямой *k*

у = —их —b 2n —l— 3 проходит через т. (—4; 3)

3 = 4n -Р 2n + 3

0 = 2n

п = 0

Найдём значение параметра п, соответствующее прямой m у = —no + 2n + 3 проходит через т. (—7; 0)

0 = 7n + 2n + 3

—3 = 9n

Найдём значение параметра п, соответствующее прямой m у = *—ах + 2а +* 3 проходит через т. (—1; 0)

0 = п + 2n + 3

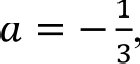
—3 = Зп

Итак,

Если п > 0, то пересечений нет

Если п = 0, то 1 пересечение

Если — < п < 0, то 2 пересечения

Если  то 2 пересечения

Если —1 < п < 1 1 пересечение Если п = —1, то 1 пересечение

Если п < —1, то пересечений нет

Ответ: п С —1; — ) U (0)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Содержание критерия** | | | | | **Баллы** |
| Обоснованно получен правильный ответ | | | | | 4 |
| С помощью верного рассуждения получено множество  значений а, отличающееся от искомого конечным числом точек | | | | | 3 |
| С помощью верного рассуждения получены все граничные  точки искомого множества значений а | | | | | 2 |
| Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого  множества значений а | | | | | 1 |
| Решение не соответствует  перечисленных выше | ни | одному | из | критериев, | 0 |
| *Макси.пальный балл* | | | | | 4 |

 В последовательности m, n2 , . . ., npе„ nq, состоящей из целых чисел, m — 1, up = 235. Сумма любых двух соседних членов последовательности

равна 3, 5 или 25.

H ¿›ıqHhoao anHZd

+

а) Приведите пример такой последовательности.

б) Может ли такая последовательность состоять из 1000 членов?

в) Из какого наименьшего числа членов может состоять такая последовательность?

**Решение:**

а)

Если сумма двух соседних членов последовательности равна 3, потом 5, потом снова 3, потом снова 5 и т.д.:

1 2 3 0 5 —2 7

=>

В такой последовательности числа, стоящие на нечётных позициях, увеличиваются на 2

[N•](http://vk.com/ege100ballov)lAl

=>

Очевидно, что таким способом мы дойдём до nq = 235

[› Ł‹](http://vk.com/ege100ballov)

1 2 3 0 5 —2 7 ... 231 —228 233 —230 235

6)

[oz›](https://vk.com/shkolapifagora)

Заметим, что в приведённой в предыдущем пункте последовательности на нечётных позициях стоят нечётные числа, а на чётных — чётные

Первое число — нечётное, и сумма двух чисел число нечётное (по условию 3, 5 или 25)

—>

В данной последовательности всегда на нечётных позициях стоят нечётные числа, а на чётных — чётные

=>

* o д лжно быть чётным, но последнее число последовательности — это 235

Не может

)

Наименьшее число членов последовательности будет достигаться при

наибольшем увеличении значений последовательности, т.е. если:

Уменьшение числа (по модулю) идёт на 3 (начиная с третьего)

Увеличение числа (по модулю) идёт на 25

HZdA

|  |  |
| --- | --- |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | 4 |

1 2 23 -20 45 -42 67

Нечётные числа при таком раскладе увеличиваются на 22, поэтому: 

a

m = 1

°з ' 23

no = 45

¿ıqHhoao

7 — 6 7

m = 89

n„ = 111

n„ = 133

his ' 155

**n, 7** — 17 7

19 — 199

21 2 2 1

* 2 = 243 (на 8 больше, чем нужно)

[N•](http://vk.com/ege100ballov)

Заменим четыре уменьшения числа (по модулю) на 3

на четыре уменьшения числа (по модулю) на 5, например, самые первые четыре, получаем последовательность из 23 членов:

[1 Ł](http://vk.com/ege100ballov)

1 4 21 —16 41 —36 61 —56 81 —78 103 —100

125 —122 147 —144 169 — 166 191 —188 213

—210 235

Ответ: а) привели, 6) нет, в) 23

|  |  |
| --- | --- |
| **Содержание критерия** | **Баллы** |
| Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1  балл) результаты | 4 |
| Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1  балл) результатов | 3 |
| Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1  балл) результатов | 2 |
| Верно получен один из следующих результатов:   * обоснованное решение п. а; * обоснованное решение п. 6; * искомая оценка в п. в; * пример в п. в, обеспечивающий точность предыдущей оценки | 1 |