ГЛАВА 8. СТАТИСТИКА И ВЕРОЯТНОСТЬ

# Диаграммн

Одна из первых задач ЕГП — звдача на чтение диаграммы. Как правило, эта оадача ne вызывает больтих затруднений. Суть — верно понять условие задачи и прочесть давные либо по оси ордиват, либо по оси абсцисс.

Задапа **198.** На диаграмме показана средвемесячная темпера- тура воздуха в Екатеринбурге (Свердловске) за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия.



а) Найдите среднюю температуру в ик›ве. Ответ дайте в градусах Цельсия.

6) Сколько было месяцев в **1973** году, когда средняя тем- пература превышала 9 °С?

*Указание.* Единственное знание, которое действительно требуется, — знание порядка месяцев в году. Иными сло- вами, нужно знать, что июнь шестой месяц года. Видно, uтo в этом месяце средняя температура точно посередине между 16 °С и 20 °С, то есть 18 °С.

Отвеиая на вопрос 6), нужно просто подсчитать, сколько столбиков на диаграмме выше 9 °С.



Для простоты и итоб уж тоино не ошибиться, полезно взять карандаш и с помощью линейки провести уровень, соот- ветствующий 9 °С. Выше этой прямой оказались четыре столбика — начиная с пятого (май) и кончая восьмым (август).

Вероятно, наибольшее писло ошибок в ответах ЕГЭ в такой задаче связано с неверно оаписанными ответами. В звдании (а) спрашивается ответ в градусах Цельсия. Это значит, что еди- ницы измерения указывать не нужно. Спрашивается только число 18. Если в ответ записать что-то вроде 18С или 18°, то такие ответы, скорее всего, будут сочтены неверными, по- скольку могут быть распознаны как 186 или 180.

Парвдоксвльно, но задание (6), где ошибиться оочти не- возможно, вызывает больше трудвостей, чем (а). Причина та же — неверно записанный ответ. Спрашивают количество ме- сяцев, а не их названия. Если старательно написать в ответ

«МАЙ, ИЮНЬ, ИЮЛЬ, АВГУСТ» , такой ответ будет засчитан ошибочным. Можно сколько угодно возмущаться, но это справедливо — ответ на поставленный вопрос не получен.

Иногда вместо столбиковой диаграммы изображают ли- нейную диаграмму. Линеиная диаграмма состоит ио тоиек. В точках — вся информация. Отреоки, соединяющие эти тou- ки, нужны только для удобства — итобы тоики было легче ви- деть на рисунке.

Задаиа 199. На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Мурманске с 7 по 22 но— ября 1995 года. По горизонтали указываются числа месяца,

по вертикали — количество осадков, выпавших в соответ- ствующий день, в миллиметрах.

а) Сколько миллиметров осадков выпало 12 ноября?

6) Сколько дней из данного периода выпадало менее 3 миллиметров осадков?

Следующая задача — тоже с линейной диаграммой — ни- чуть не сложнее двух предыдущих, но она нередко вызывает трудности у того, кто не очень внимательно прочел условие.

Задача **200.** На рисунке жирными точками показана цена олова на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 3 по 18 сентября 2007 года. По горизонтали указы- ваются числа месяца, по вертикали — цена тонны олова в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисун- ке соединены линией. Определите по рисунку, какого чис- ла цена олова впервые превысила 15 000 долларов за тонну.

15 300

15 200

15 100

15 000

14 900

14 800

14 700

14 600

14 500

14 400

7 10 11 12 13 14 17 18

Отступая от традиции, мы предложим здесь четыре вари- анта ответов. Выберите верный.

1) 8; **2) 15 150 3) 12 4) 10**

Если ваш ответ (1), обратите внимание — 8 сентября был нерабочий день. Торгов не было.

Если ваш ответ (2), внимательно простите вопрос к задаче и подумайте, на этот ли вопрос вы дали ответ.

Если ваш ответ (3), внимательно простите вопрос и поду- майте, на этот ли вопрос вы дали ответ.

Если ваш ответ (4), то, вероятно, вы верно прочли и поня- ли условие задачи.

Удивительно, но задачи, в которых вопрос о цене (про ось ординат), на ЕГЭ решают намного лучше, чем задачи, где вопрос о дне (про ось абсцисс). Вероятно, найти значение по рисунку чем-то проще, чем определить, какого числа это значение было или случилось впервые. Nожет быть, потому, что первым делом человек думает о смысле диаграммы, а значит — о значени- ях на оси ординат? Неизвестно. Решая такие задачи, помните — они очень просты и проверяют не глубокие знания, а умение ничего не перепутать и прочесть ответ в нужном месте.

### Среднее арифнетическое

Изобретение вероятностей позволило вырваться из жест- ких рамок двоичной логики, когда любое утверждение либо истинно, либо ложно. Вероятность позволяет судить о степени достоверности событий.

Прежде чем говорить о самой вероятности, полезно обсу- дить кое-что из статистики — например, средние значения.

Если имеется конечный набор числовых данных, то в нем обязательно найдутся наибольшее и наименьшее числа. Их обычно обозначают max и min.

Например, для набора Х = 5, 4, 2, 5, 7, 1, 2, 3, 1, 4 ; mind = 1,

maxX = 7.

Паметьте, что единица в наборе встречается два раза. Но все равно единица — наименьшее число в наборе, ведь меньше нет. Любое число на отрезке от mind до maxX, включая сами эти числа, является каким-то из средних значений набора.

Таким образом, для ваінего набора Х средним можво считать любое число от 1 до 7. Например, **2,35** или само число 7.

Но все же обычно говорят не о каких-то средних вообще, а о средвик, обладаіощих определенными свойствами. Выбор среднего зависит от цели изучения, природы данных и часто

от сложившейся традиции.

В России в школе итоговsіе отметки принято вычислять как среднее ариф- метическое текущих отметок. Процедура эта, надо сказать, довольно бес- смысленная, поскольку школsнsіе отметки не являются числами в прямом смысле слова — их нельзя складывать. То есть формально можно, но полу- чается чепуха. Ведь если к отметке 2 прибавить отметку 5, не получится от- метка 7. Чем же оправдан выбор среднего арифметического? Только удоб- ством вычислений и сложившейся традицией.

Если специально не сказано другое, то под средним обычно имеют в виду среднее арифметическое: сумма всех чисел, де- ленная на их количество. Для нашего набора Х среднее равно

\_ 5 + 4 + 2+5+ 7 + 1 + 2+3+ 1 + 4 $ 4

10

С помощью среднего арифметического усредняют множе- ство величин: расходы, количество происшествий, площади

Комментаторы футбольных и хоккейных матчей очень любят сообщать те- лезрителям средний возраст игроков команды. Не сказано, как вычисляет- ся этот средний возраст, но, видимо, средним арифметическим. Вот еще

один пример того, как среднее арифметическое применяется только в силу определенной тради- tјин, но никак не связано с природой данных. Ведь нельзя же всерьез склддывать возраст иг- роков. Иначе придется вообразить, что команда может превратиться в однаго-единственного очень пожилого игрока.

Хотя среднее арифметическое умеют вычислить все, не все хорошо понимают особенности его поведения.

*М puжep.* Предположим, uтo мы выиисляем средніоіо вели- чину заработной платы в трех филиалах одной компании.

Запроеы в три бухгалтерии дали следующее. В первом фи- лиале средняя зарплата равна 67 000 рублей, во втором — 72 000 рублей, в третьем — 59 000 рублей.

Среднее арифметическое этих чиеел равно 66 000 рублей.

іЗто средняя зарплата по всей компании? Heтl Мы не знаем,

С**КОЛ bKO СОТ}З** Д НИКОВ В КІІШДОМ фИЛИПЛ£I, 11 ЭТО ВІІШНО. ЙПП}ЗО-

еим дополнительные еведеяия. В первом филиале работает 11 человек, во втором 9 человек, а в третьем 12 сотрудников. Те- перь среднее посчитать можно:

11 6ТООО+9 T20OO+12 59 **000** = **65 406,25.**

#### 11+9+12

То ееть 65 406 р. 25 к.

Полученное значение мало отличается от 66 000 рублей (отличие около 0,9% ). ІЗто произошло потому, что и зарплаты в трех филиалах мало отличаются. Возможно, зная это, опыт- ный руководитель принял бы верное решение и без дополни- тельных уточнений, решив, **что 66 000** рублей достаточно точная оценка. Но бухгалтерия не терпит погретностей даже в 0,9% .

Среднее получилось больше, чем 59 **000,** но меньше, чем 72 000. ІЭто не случайно — ереднее по веей компании должно быть средним и для трех филиалов. Но это уже не так интуи- тивно. Иногда люди здееь ошибаютея.

Недавно в крупной московской больнице проводился подсчет среднего числа дней, проведенных больными в отделении неврологии в течение года. Подсчет велся по всем больным: отдельно по «чужим» больным, поступив- шим из других отделений, и отдельно — по «своим» больным, госпитали- зированным сразу в неврологическое отделение. Заведующая отделением получила от статистического центра информацию. Среднее по «своим» равно 14,5 дня, по «чужим» 13,8, а по всем больным оно оказалось равно 14,8. Заведующая (не математик, хотя в свое время окончила математиче- скую школу) задумалась, может ли такое быть? Решила, что не может, и стала задавать вопросы. Обнаружилось, что на протяжении нескольких лет компьютерная программа работает с ошибкой, но никто ничего раньше не замечал.

С помощью среднего арифметического часто удобно ре- шать задачи на концентрации веяких раетворов, етоль нелю- бимые школьниками.

Задача **201.** В 6 литров 10-процентного раетвора киелоты до- бавили 15-процентный раетвор той же киелоты. В резуль- тате получился 12-процентный раетвор. Сколько литров второго раетвора добавили?

*Решение.* Получившаяся концентрация 12% — это среднее арифметичеекое концентраций обоих раетворов. Примем объем второго раствора за т литров. Тогда

#### 6 1O+m 15 12

6+m

В числителе — «еумма всех концентраций» . А в знамена- теле — общее число литров. Результат — среднее 12. Оста— лось решить уравнение:

- 6 -10 + z 15 = 12(6 + z); 3z = 12; т = 4.

*Ответ:* 4.

**Средняя спорость (среднее гармоничеспое)**

Задаяа **202.** Автомобиль проехал от города до деревни со сред- ней скоростью 40 км/ч, а обратный путь он проделал со средней скоростью 60 км/ч. Какова средняя екороеть ав- томобиля?

Ножечонпе. Сначала нужно понять, что мы считаем сред- ней скоростью. Разумно считать средней ту постоянную скорость, при которой автомобиль затратил бы на весь путь то же время, что он затратил в действительности.

іЭта задача вызывает много трудностей. Большинство старшекласеников дают ответ 50 км/ч, хотя в учебниках шестого или седьмого класса такие задачи разбираютея подробно. Забыли?

*Решение.* Обозначим вееь путь N км. Время, затраченное на

путъ в деревню, равно 

4s

40 60 40 60

Значит, средняя екороеть равна

136

\_ 21 \_ 2 = 48 (км/ч).

40 60 40 60

Как видим, расстояние роли не играет. Но ведь получилось не среднее арифметическое. Число 2 или, что то же

самое, 23b

называется средним гармоническим чисел о и

6. Заметим, что ви о, ни *b* не должвы равняться нулю.

# Средний банповсний процент

**Банк** А обещает 9 процентов годовых (см. главу 2) в пер- вый год, а во второй год, если клиент не забирает вклад, пpo- центная ставка повышается до 11% . Начисление процентов производится раз в год.

Банк Б также начисляет проценты раз в год, но процент- ная ставка по вкладу не меняется — всегда 10% .

Задача **203.** В какой банк выгоднее поместить вклад сроком

на два **года?**

*Решение.* Узваем, чему равна средняя ставка в банке А. Первый год вклад умножится на b, = **1,09,** а во второй год

на # = **1,11.** Значит, за два года вклад вырастет в b-,

\*z =

= **1,09**- **1,11** = **1,2099** раз. іЭто то же самое, как если бы банк А каждый год умножал вклад на **1,23009 = 1,09995, то** есть

давал бы ставку **9,995%** . іЭто чуть меньше, чем 10% . Та- ким образом, можно немножко выиграть, если положить деньги в бавк Б.

Обратили ли вы внимание на появление среднего значе- **ния?** Для двух положительных чисел о и *b* величина *ab* называется средним геометрическим.

## Медиана

и медианный представитель

Медиана — еще один пример чиелового среднего. Опреде- ление медианы следующее.

**Число in называется медиавой числового вабора, если** в ваборе хотя бы **половина яисел ве мевьвіе in** и хотя бы поло- вина яисел ве больте in.

**Задача 204.** Найти медиану набора 1; 2; 4; 5; 7; 8; 8.

*Решение.* Чиела уже упорядочены. Beero их 7. Значит, ме- дианой будет +серединное» число 5. Ровно четыре чиела не больше 5 (это чиела 1, 2, 4 и еамо чиело 5). И ровно четыре чиела не меньше 5 (само чиело 5, а также вее поеледующие чиела 7, 8 и 8).

Задаяа 205. Найти медиану набора чиеел —0,3; —2; 1; 0; 0,3;

—1; 1,2; 0,1; —0,2; 1,2.

*Решение.* Сначала чиела нужно упорядочить:

**—1; —2; —0,3; —0,2; 0; 0,1; 0,3; 1; 1,2; 1,2.**

Beero чиеел 10. Одного чиела, етоящего посередине, нет. Не беда — возьмем два. ІЗто числа 0 и 0,1 Медианой будет любое из них, а также любое чиело, раеположенвое между ними. Таким образом, медиан может быть мвого. Обычно в качестве медианы берут среднее арифметическое двух ce-

рединных чиеел: 0+0,1 = 0,05.

#### 2

Но, повторим, можно взять и 0, или 0,1 или **0,03** и т.п.

Статистики — люди с фантазией. Они умеют при необходимости скрещи- вать разные средние между собой. Например, можно брать не медиану — середину упорядоченного ряда, а, скажем, медиану первой половины (пер- вую квартиль). Или третью квартиль. А можно сначала отбросить первую и последнюю четверть значений и взять среднее арифметическое оставшихся значений и т.п.

Медиана выгодно отличается от среднего арифметичеекого тем, что определяетея ередними по величине чиелами в наборе и не зависит от еамых больших и сампіх малпіх. Говорят, что **i38**

медиана устойчива относительво выбросов. Почему это вы- годно? Потому что самые большие и самые малые числа часто бывают невадежными наблюдевиями. Например, это могут быть ошибочные значения. Или не ошибочные, а просто силь- во выдающиеся.

Задача 206. В таблице представлены данные о среднем pacxo- де (сбросе воды в Мировой океан)’ тринадцатью крупней- **шимиреками.**

а) Найдите среднее арифметическое данных.

6) Найдите медиану данных.

в) Найдите медианного представителя (реку, соответст- вующую медиане).

г) Какое из этих найденных средних лучше описывает средний расход крупной реки?

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| 1 | Амазонка | 219000 |
| 2 | Брахмапутра | 19200 |
| 3 | Енисей | 18600 |
| 4 | Конго | 41800 |
| 5 | Ла-Плата | 25700 |
| 6 | Лена | 17100 |
| 7 | Меконг | 16000 |
| 8 | Миссисипи | 16200 |
| 9 | Ориноко | 30000 |
| 10 | Риу-Негру | 26700 |
| 11 | Токантинс | 13600 |
| 12 | Чжуц;іян | 13600 |
| 13 | Янцзы | 31900 |

*Решение. в)* Сложим все данные о расходе и разделим на

13. Получим приблизительно 37 646, 15 куб. м/с.



Считается средний объем воды, проходящий за секунду через устье реки в течение периода наблюдений.

6) Упорядочим даннъіе:

13600, 13600, 16000, 16200, ITIOO, 18600, 19200,

25ТОО,26ТОО,3ОООО,319ОО,418ОО,219000.

Медианой **является 7-е** по счету значение в этом ряду:

**19 200 куб. м/с.**

в) Брахмапутра.

г) Медианный представитель нашелся. Медианный пред- ставитель найдется всегда (ведь мы помним, что медиа- ну можно брать по-разному). А вот «представителя среднего арифметического» в таблице нет. И даже близ- кого ничего нет. Нет реки с расходом, близким к 38 000 куб. м/с. Среднее арифметическое в данном слу- чае *ничего не описьtвает.* В данном случае это неудач- ный описательный показатель. Пато медиана действи— тельно дает представление о расходе воды в типичной крупной реке.

*Ответ: в)* 37 646,15; 6) 19 200; в) fiрахмалутра; г) Медиана.

Медиана и среднее в этой задаче сильно отличаются из-за того, что есть выброс — значение, резко отличающееся от ос- тальных. Этo не ошибка. Амазонка действительно в 10 с лиш- ним раз полноводнее самой полноводной из прочих рек. Но это ничего не меняет — Амазонка нетипична. Лучше ее вы— бросить из рассмотрения, если речь идет не о рекордах, а о ти- пичных реках. Среднее арифметическое с этим не справляет- ся. А медиана подходит — она устойчивая.

На свойстве устойчивости медианы основано восстановление старых фото и фильмов. Например, нужно быстро удалить со старой фотографии мно- жество мелких царапин и черных точек. Отсканируем фото, разобьем все изображение на множество маленьких квадратиков и каждому квадратику сопоставим число — степень насыщенности цветом. Например, от 0 (нет цвета) до 255 (полная насыщенность). Теперь если в каждом квадрате за- менить насыщенность медианой насыщенности девяти квадратиков (его самого и восьми соседних), то... повреждения исчезнут. Изображение ста- нет чуть размытым, но целым. Теперь можно попробовать восстановить четкость изображения. Но это уже совсем другая математика.

#### После:

*Рис.* Meduoпнoя *фклsтрация восстановияа фото кота*



События, которыми полна окружак›щая нас жизнь, — это не вполне те события, которые изучает теория вероятностей. Можно написать философский трактат об отличиях. Скажем коротко — теория вероятностей, прежде чем изучать события, формализует их с помощью описание случайного эксперимен- та, в котором эти события могут происходить.

Жизнь ничего не формализует. Она заставляет принимать события как они есть — неочищенными от васлоений привхо- дящих обстоятельств во всей пестроте бытия.

Однажды на уроке учитель привел пример события: куп- ленная лампочка никогда не перегорит. С точки зрения теории вероятностей это вполне ясное событие. Но тут один восьмиклассник заявил, что не понимает, что это за событие. Ведь событие — это то, что можно увидеть, за- фиксировать. — Сколько же я должен сидеть около этой лампочки, чтобы увидеть, что она никогда не перегорит?

Вот пример формального события, которое не является событием в бытовом смысле слова.

Обратный пример: «Цветет сирень». Казалось бы — все понятно. Но мате- матик начнет нудно уточнять: где сирень? какого сорта? в каком временном промежутке? на каких почвах? Вся романтика потерялась, но без мало- мальски описанного эксперимента теория вероятностей отказывается счи- тать цветение сирени событием.

Что значит описать эксперимент'/ іЭто звачит определить все элементарные события, которое могут произоити, и их вероят- ности. Для пояснения обьгчво используют простейшии экспери- мент с бросанием монеты. Поидем тем же путем: если бросают монету, то возможно всего лишь два элементарных события (ис- хода): «Орел» (О) и + Реюка» (Р). В силу симметрии монеты ра- зумно считать, что вероятности между этими событиями разде- лены поровну. И если весь эксперимент имеет вероятность 1, то

каждому из исходов О и Р достается вероятность 1

#### 2

При двукратном бросании монеты получаются четыре элементарных события ОО, OP, PO и PP, и вероятность каж-

дого будет

l — ОПЯтЬ же в силу симметрии: никакое событие

4

—

не хуже и не лучше любого другого из оставшихся трех.

Все остальные события комбинируются из этих четырех эле- ментарных событии. Например, можно рассмотреть событие

«Орел выпал хотя бы один раз». «Хотя бы один раз» означает один раз или больше. В данном случае — одив или два раза.

Однажды знаменитый математик Даламбер писал статью о теории вероят- ностей для французской энциклопедии. Он посчитал исходы OP и PO при бросании двух монет за один исход. «Тогда, — писал Даламбер, — всего может быть три исхода — «два орла», «две решки» и «орел и решка», а no- сему вероятность каждого равна 1/3». Это заблуждение вошло в историю под названием «Ошибка Даламбера».

Задапа 207. Найдите вероятность события «Орел выпал хотя бы один раз» при двукратном бросании монеты.

*Решение.* Bceгo четыре элементарных исхода ОО, OP, PO и

PP. Вероятность каждого равна

1 . Событию А «Орел вм-

4

пал хотя бы один раз» благоприятствуют три из них: ОО, OP и PO. Значит, вероятность события *А* равна

1+ 1+ 1 =-з 1 = 0,75.

4 4 4 4

Omaern: 0, 75.

Если элементариые события равновозможны (как в этой задаче), то вместо сложения отдельных вероятностей мож-

но просто разделить число благоприятствующих элемен- тарных исходов на их общее число.

**Задача 208.** В чемпионате по гимнаетике учаетвуют 50 епорт- сменок: 17 ио Росеии, 22 ио США, остальные — ио Китая. Порядок, в котором выетупают гимваетки, определяетея жребием. Найдите вероятность того, что епортеменка, вы- ступающая первой, окажется из Китая.

*Решение.* Здесь эксперимент состоит в выборе епортемен- ки, которая будет выступать первой. Элементарные собы- тия — сами еоортеменки. Общее чиело элементарных собы- *xнй N ——* 50. Событию *А* ‹Первои выступает спортсменка ио Китая•› благоприятствуют *N(Я) ——* 50 — 22 — 17 = 11 элемен- тарных еобаітий.

Найдем вероятность события А:

Р(А) = *N(А)* 11 = **0,22.**

*N* 50

*Ответ:* **0,22.**

*l3aмeчaнue.* Важное обстоятельетво — порядок выступле- ний определяетея жребием. Если бы это было не так, то нельоя было бы утверждать, что вее претендентки на пер- вое выступление равновозможны. И тогда оадачу нельзя было бы реюить. Жребий определяет здееь елучайноеть выбора и — етало быть — равновозможноеть.

Однажды, выступая с лекцией по элементарной вероятности перед учите- лями, преподаватель получил вопрос: «Хорошо, все понятно. А как быть, если мы хотим найти вероятность того, что китаянка будет выступать треть- ей?» Стоило больших трудов убедить часть собравшихся в том, что ничего не меняется. Нам нужно найти вероятность того, что китаянка окажется на какой-то однои определенной позиции, первой или третьей — не важно.

Падача **становится** несколько сложнее, если вопрос задать иначе: какова вероятность того, что первое и третье выступ- ление будет принадлежать **китаянкам?**

Й&ДППП () . **ПЙТЦ В£І}ЗОЯТНОСТЬ TOPO, ЧТО П{ЗИ СЛ ЧПЙНОМ }ЗПС-**

пределении порядка выступлений первои и третьей будут выступать представительницы Китая.

*Решение.* Пдесь как с двумя монетами — каждый элемен- тарный исход состоит из двух елучайных выборов. Общее чиело иеходов в таком эксперименте: *N ——* 50 49 = 2450 (на первую позицию претендуют 50 епортсменок, а на тре- тью — 49 оетавшихея). Число иеходов, благоприятетвую- щих событию *В* «Обе позиции принадлежат спортеменкам из Китая» , равно *N В) ——* 11 10 = 110 (на первую позицию претендуют 11 китаянок, а на третью — 10 оетавшихея).

Все комбинации равновозможны в силу случайного выбора по жребию. Пначит, вероятность события *В* можно найти как отнотение:

Р(В) = *N(В)* 110 11

*N* 2450 245

0,045.

*Ответ:* 0,045.

Еще одна задача из открытого банка заданий ЕРЭ, которая традиционно вызывает большие затрудвения.

Задача **210.** В клаеее 26 учащихся. Среди них подруги Маша и Таня. Для какой-то надобноети клаес елучайным образом делят на две группы по 13 человек в каждой. Найдите веро- ятность того, что Маша и Таня окажутся в одной rpyппe.

*Решение.* Перечисление веех возможных способов paeпpe- деления 26 человек по двум группам возможно, но требует некоторых комбинаторных знаний. Упроетим описание эксперимента. Считаем, что у нае ееть два пустых епиека по 13 строчек в каждом. Будем «заполнить их учащимися •›. Предположим, что Маша попала в какой-то еписок (это, безусловно, так). Тогда случайный эксперимент еводится к тому, чтобы поместить Таню на какую-нибудь другую строчку в этих списках. Нас интересует событие Я «Таня попала в ту же гpyппy, где Маша• . Когда Маша уже напи- сана, Таня может случайным образом попасть на одяу из *N ——* 25 оставшихся строчек (одна занята Машей). Но в од- ном списке е Машей осталось *N Н) ——*12 строчек. Значит,

*N(Я \_* 12 = 0,48.

*N* 25

*Ответ.* 0,48.

## О тои, как важно внинательно читать условие

Часто в решении задач препятетвием оказывается невер- ное повимавие условия. Написано одно, но, читая задачу, че- ловек почему-то видит другое. Может быть, потому что он подеознательно готов к какой-то ситуации и поэтому видит в условии то, чего там нет, и наоборот. Пример — задача про брак в маееовом производетве.

Зада•іа **211.** При маееовом производстве шариковых ручек в

среднем девять ручек из ета, поетупивших в продажу, имеют екрытый дефект. Найдите вероятность того, что случайно выбранная в магазине ручка не имеет дефектов. *lЗамечания.*

1. Разумно считать, что екрытый дефект — ото дефект, не найденный перед продажей. Иначе ручка не попала бы в магазин. Тем не менее этот дефект может проявитьея позже (разойдетея незаметная трещина в корпуее, руч- ка внезапно перестанет пиеать и т.п.).
2. Фраза «в среднем девять из ета» в точности означает, что вероятность дефекта равна девять еотых: 0,09.

*Решение.* Еели вероятность выбрать дефектную ручку рав- на 0,09, то вероятность противоположного события +Вы- бранная ручка не имеет дефектов» равна 1 — 0,09 = **0,91.**

*Ответ:* **0,91.**

А вот похожая задача, но иная по емыелу.

Задача **212.** При продаже шариковых ручек в среднем на ето качеетвеняых ручек приходится девять ручек со екрытым дефектом. Найдите вероятность того, что случайно вы- бранная в магазине ручка не имеет дефектов.

*l3aмeчaнue.* Несмотря на внешнее еходетво е предыдущей, задача другая. Здееь качеетвенные ручки (без дефектов) противопоетавлены ручкам е дефектами. Еели прежде мы считали, что 9 дефектных ручек входят в общее количест- во 100, то здесь это не так. Beero имеется **109 ручек,** из ко- торых 9 в среднем имеют дефект.

*Решение.* **Из 109** ручек в среднем **100** ручек не имеют де- фектов. Значит, вероятность выбрать качеетвенную ручку

равна 100 < 0,92 . *Ответ:* 0,92.

109

## Все, один ияи хотя бы один

Вепомним наши упражнения в поетроении отрицаний. Натіример, когда мы строили отрицание к утверждению «Все пингвины живут в Антарктиде» , мы переходили от общноети

«всех› к утверждению о существовании контрпримера: «Хотя бы один пингвин живет не в Антарктиде». Эти упражнения пригодятся нам в поетроении противоположных событий. Со-

бытие, противоположное еобытию А, это такое событие А , которое наетувает, еели не наступает А.

Ввнмавие! Не будем путать противоположвые утвержде- ния и противоположные события. Как мы помним, противо- положные утверждения друг друга не отрицают, а вот проти- воположные события — да, отрицают. Такая уж еложилась термияология, извините.

*Пpuмep.* Эксперимент состоит в бросании монеты. Событие А + Выпал орел» . Противоположное событие А «Выпал не орел» , то есть «Выпала решка» .

Следующий пример показывает, что между поетроевием

отрицаний и противоположных событий ееть евяоь.

*Пpuмep.* Стрелок стреляет по мишени пять pao. Соfiытие А

«Все выстрелы уепешны» . Отрицание *А* выглядит **так: +Xo-**

тя бы один выстрел неудачен» , то ееть +Хотя бы один pao

**СТ]З£ІЛОК ПQOMПX ЛСЯ ›1 QОТИВОПОЛОШН Ы£І СОБЫТИЯ СТ]ЗОЯНЬІ**

похоже на взаимно отрицающие друг друга утверждения.

Теория вероятностей — раздел математики, наиболее близкий к жизни. Этот факт не обошли стороной писатели. Кто только не рассуждал о веро- ятностях на страницах своих романов: от Эдгара По до Кира Булычева. Рассу›кдения иногда неудачные. Вот примечательный фрагмент из знаме- нитого романа Юлиана Семенова «Семнадцать мгновений весны».

Штирлиц после сеанса связи с центром едет по лесу. Начинается бомбежка.

*‹ Гloe:z:али, машинка», — подумал он no-pgccxu и Охлючил радио. Гlepe- да0али легхgю мцзыкц. Во Оремя налето0 обычно переда0али Оеселые песенки. Этo Оошло 0 обычай: хогда здоро0о били на фронте или сильно долбали с 0оздg:z:а, радио лереда0ало Оеселые, смешные программы.*

*«Ну, едем, машинка. Быстро поедем, vтобы не попасть под бомбу.*

*бомбы чоще Oceгo поподоют 0 нелод0иэкные цели. ftoeдeж со скоро- стью семьдесят киложетро0 — зночит, Оероятность лолобония gженьшится именно 0 семьдесят роз...»*

Не нужно быть математиком, чтобы понять, что такое рассуждение Штир- лица ошибочно.

#### Задачи к главе 8

Задача **213.** В случайном эксперимевте бросают три играль- ные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпав- ших очков равна 14. Результат округлите до сотых.

Задача **214.** В случайвом эксперимевте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что решка выпадет ровно один раз.

Задаяа **215. Игральный кубик** бросают дважды. Сколько эле- ментарных исходов опыта благоприятствуют событию

А = (сумма очков равна 7)?

Задача **216.** В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что наступит исход OOP (в первый и второй разы выпадает орел, в тре- тий — решка).

Задача **217. При** изготовлении подшипников диаметром 64 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от задан- ного не больше **чем на 0,01** мм, равна **0,963. Найдите** веро- ятность того, что случайный подшипник будет иметь диа- метр **меньше чем 63,99** мм, или больше **чем 64,01 мм.**

Задача **218.** При изготовлении подшипников диаметром 71 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от задан- ного не больше чем на **0,01 мм, равна 0,987.** Найдите веро- ятность того, что случайный подшипник будет иметь диа- метр меньше чем 70,99 мм, или больше **чем 71,01** мм.

Задача **219.** Фабрика выпускает сумки. В среднем **на 173 ка-** чественные сумки приходится 7 сумок, имеющих **скрытые** дефекты. Найдите **вероятность того, что выбранная** в магазине сумка окажется с дефектами. Результат округ- лите до сотых.

Задаяа **220.** В среднем **из 2000** садовых насоеов, поетупивших в продажу, 12 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насое не подтекает.

Задача **221.** Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна **0,02.** Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неис- правную батарейку, равна 0,95. Вероятность того, что систе- ма по ошибке забракует исправную батарейку, равна **0,01.** Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготов— ленная батарейка будет забракована системой контроля.

Зада•та **222.** В Волшебной стране бывает два типа погоды: хо- рошая и отличная, причем погода, уетановившиеь утром, держитея неизменной весь день. Известно, что с вероятно- стью 0,8 погода завтра будет такой же, как и сегодня. 14 октября погода в Волшебной етране хорошая. Найдите вероятность того, **что 17 октября** в Волшебной стране будет отличная погода.

Задаяа **223.** Всем пациентам с подозрением на гепатит делают анализ крови. Если анализ **выявляет** гепатит, то результат анализа называется *положительньtм. У больных* гепати- том пациентов анализ дает положительный результат е ве- роятностью 0,8. Если пациент не болен гепатитом, то ана-

лиз может дать ложный положительный результат е вероятностью **0,03.** Известно, что 75O/o пациентов, посту— пающих с подозрением на гепатит, действительно больны гепатйтом. Найдите вероятность того, что результат ана- лиза у пациента, поступившего в клинику е подозрением на гепатит, будет положительным.

Задача 224. В кармане у Саши было четыре конфеты — «Ko- ровка» , «Мишка» , «Ласточка» и «Василек • , а также клю- чи **от квартиры. Вынимая клк›чи,** Саша случайно выронил из кармана одну конфету. Найдите вероятность того, что потерялась конфета «Мишка• .

Зада•іа **225.** Механические чаеы е двенадцатичаеовым цифер- блатом в какой-то момент сломались и перестали идти.

Найдите вероятность того, что чаеовая стрелка оетанови- лаеь, доетигнув отметки 1, но не дойдя до отметки 7.

Задача **226. Вероятность** того, что батарейка бракованная, равна **0,02.** Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две такие батарейки. Найдите вероят— ность того, что обе батарейки окажутся исправными.

Задача 227. На фабрике керамической поеуды 30% произве- денных тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции **выявляется 50%** дефектных тарелок. Осталь— ные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Ответ округлите до еотых.

Задача **228.** В магазине три продавца. Каждый из них занят е клиентом с вероятностью 0,5 независимо от других про- давцов. Найдите вероятность того, что в елучайный мо- мент времени вее три продавца заняты одновременно.

Задача **229.** По отзывам покупателей Андрей Андреевич оце- нил надежность двух интернет-магазинов. Вероятность то- го, что нужный товар доетавят из магазина А, равна 0,84. Вероятность того, что этот товар доетавят из магазина Б, равна 0,8. Андрей Андреевич заказал товар еразу в обоих магазинах. Считая, что интернет-магазины работают неза- висимо друг от друга, найдите вероятность того, что ни один магазин не доставит товар.

Задача **230.** Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 22 пассажиров, равна 0,92. Вероятность того, что окажется меньше 11 пассажиров, равна 0,45. Найдите вероятность того, что чиело паееажиров будет от llдo2l.

Задаиа **231.** Вероятность того, что новый ноутбук в течение года поетупит в гарантийный ремонт, равна 0,072. В неко- тором городе из **1000** проданных ноутбуцов в течение года в гарантийную маетерекую поетупило 76 штук. На сколь- ко отличается частота события «гарантийный ремонт» от его вероятности в этом **городе?**

Задаиа **232.** Чтобы поступить в институт на епециальность

«Переводчик», абитуриент должен набрать на ЕГЭ не ме- нее 75 баллов по каждому ио трех предметов — математи- ка, руеекий язык и иноетранный яоык. Чтобы поступить на специальноеть «Таможенное дело» , нужно набрать не менее 75 баллов по каждому из трех предметов — матема- тика, руеекий язык и обществознание.

Вероятность того, что абитуриент И. получит не менее 75 баллов по математике, равна 0,9, по руеекому языку — 0,6, по иноетранному языку — 0,8 и по обществознавию — 0,6. Найдите вероятность того, что И. сможет поступить на од- ну из двух упомянутых епециальноетей.

Задаяа **233.** На борту самолета 23 креела раеположены рядом е запаеными выходами и 25 — за перегородками, разде- ляющими еалоны. Все оти меета удобны для паееажира высокого роста. Остальные меета неудобны. Паееажир 3. высокого роета. Найдите вероятность того, что на региет- рации при елучайном выборе меета паееажиру 3. доетанет- ея удобное место, если всего в самолете **100** мест.