### ГЛАВА 6. ТРНГОНО88ЕТРИЯ



безусловно, тангенс вам знаком. Если ве по сути, то хотя бы по имени, а лучше сказать — по своим многочислевным именам. Так исторически сложилось, что в школе сначала изучают тавгевс, затем опять иоучают тангенс, потом снова изучают тангенс, но каждый pao называют его иначе и не пы- **таіотся** опознать старого знакомого.

Мы не будем рассуждать, как так пpo- иоотло. Проще показать тангенс в окру- жающей обстановке. Пнак •Крутой подъем •, предусмотренный правилами дорожного движения, информирует водителя о крутио- не оодъема, выраженной в процентах. Число

показывает, на сколько метров поднимается дорога в среднем ва каждъіе 100 метров пути. В данном случае на 100 метров пути подъем составляет 9 метров. Пто и есть тангенс угла подъема дороги:

tgn — 0,09.

Кстати, пока речь идет о малых **углах (таких, как уклон дороги), разница** между синусом и **тангенсом незначительна.** Поэтому в разных **наставлениях** этот знак может **трактоваться как тангенс** или как синус, в **заsисиности от** того, **как именно отсчитываются 100 метров пути** — вдоль горизонтали или **вдоль полотна** дороги.

Соответствующий угол подъема дороги чуть больше 5 rpa-

tg 5,14° - 0,09.

Задвиа 160. Знак +Крутой спуск + информирует водителя о том, что крутизва спуска впереди составляет 12% . Поль- зуюсь та0лицей, найдите уклон дороги в градусах.



|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| о | tgo |  | о |  tga |  | о | tga |
| 1° | 0,02 | 6° | 0,11 | 11° | 0,19 |
| **2°** | **0,03** | **7°** | **0,12** | **12°** | **0,21** |
| 3° | 0,05 | 8° | 0,14 | 13° | 0,23 |
| 4° | 0,07 | 9° | 0,16 | 14° | 0,25 |
| 5° | 0,09 | 10° | 0,18 | 15° | 0,27 |

Задаяа **161.** В инструкции о допуске транспортвых средств к эксплуатации сказано, что етоявочный тормоз (ручной тор- моз) должен удерживать автомобиль полвой массой на ук- лоне **не мевее 23О/о** . Выразите угол этого уклова в градусах.

### Тангенс — угловой коэффициент пряной

На рисунке изображена прямая у = 3z + 2. Может быть, вы помните, что чиело 3 в урав- нении этой прямой называют угловым коэф- фициентом прямой. Этo и есть тангенс угла **наклонапрямой.**

Тангенс показывает, сколько ‹шагов

ВВ£ЦЗХ » П}ЗИХОДИТСЯ **П11 4 ОДИН ШilP BП}3і1В** О »

сдвинувшись из точки А на единицу вправо, линия поднялась на 3 единицы вверх и оказа- лась в точке *В.* Этo означает, что тангенс на- клона линии равен 3.

Задача **162.** На рисунке показан график линей- ной функции. Найдите тангенс угла наклона этого графика к оси абсцисс.

*Решение.* На •один шаг вправо» приходится

«два шага вниз» . Вначит, тангенс угла на-

клона равен —2.

*Ответ:* —2.

Вы видите, что график функции на самом деле ве вужен нужно лишь достроить мысленно (или не мысленно) подхо- дя щий прямоугольный треугольник и посмотреть, насколько

‹• круто его гипотенуза расположена по отношению к катету» . Чем круче, тем тангенс больше (по модулю).

# i іЗ

Задвиа **163.** Найдите тангенс угла *AOB.*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
| *О|* |  |  |  |  |

*Решение.* Эта задачка немного хитрее. Ее можво решать, **примевяя** формулу тангенса разноети или еуммы. Посту- пим иваче — доетроим подходящий треугольник, проведя еще один отрезок (это можно сделать разными способами).

Видно, что отрезки *BC н OC* **перпендикулярны.** Получился прямоугольвый треугольник. Нужен **тангене** угла *AOB.* Повернем рисунок так, чтобы треугольник занял •при- вычвое+ нам положение.



Теперь видно, что гипотенуза *ВО + нв ева* вправо OН делает такой же шаг вверх *СВ •› .* Получается:

tg ОЛ = tgЛЛOC = О = 1.

*Ответ:* 1.

#### **Звдаяа 164.** Найдите тангенс угла *AOB по* этому риеунку. Здесь опять же нужно достроить подходящий треугольник.



На самом деле **тангенс** был бы не очень нужен, если бы все ограничивалось измерением углов между прямыми. Часто приходится измерять более сложно устроеняые углы. На- пример, угол между осью абсцисс и **графиком функции. Понятно, что в разных точках** у графика функции наклон разный, если график — кривая ливия.



0

Для измерения наклона графика как раз удобно использо- вать тавгенсы, а ue сами углы. Почему? Потому что при сложении функций тангенсы углов наклона тоже склады- ваются. Это хорошо видно, когда функции линейны, а их графики — прямые линии. Посмотрите на рисунок.

fiыла функция у = 2z — 3. Тангенс угла наклона равен 2. Прибавили функцию у — z + 4 (тангенс угла наклона 1). Получилась функция у — 3z + 1. Тангенс угла наклона (yr- ловой коэффициент) теперь равен 2 + 1 = 3.

Задача 165. Найдите тангенс угла наклона прямой у = —4т + 1

к оси абсцисс.

Задача 166. Найдите тангенс угла наклона графика функции, которая получена сложением функций у = 2z — 1 и у = 3z + 4.

Задача 167. Найдите тангенс наклона графика функции, ко-

торая получена сложением функций у =—z + 5 и у = 6 — 7т.

Задача 168. Докажите, что функция у = 5т— 14z + 31 возраста-

ет на всей числовой прямой.

*Решение.* График состоит из фрагментов двух прямых: у = 5z — 4s — 3 и у = 5т + 4т + 3, то есть у = х — S и у = 9s + 3. Угловые коэффициенты обеих прямых положительны. Следовательно, углы наклона каждой части графика к оси абсцисс положительны. Поэтому функция возрастает.

*Ответ. у* возрастает на всей числовой прямой.



Тангенсы действительно встречаются в жизни — даже на дорожных знаках. Синусы и косинусы встречаются реже. Тем не менее и они бывают полезны и наглядны.

Реометрический смысл косинуса легко увидеть в солнечный день, держа в руках обычную палочку. Если папочка располо- жена не горизонтально, то ее тень на горизонтальной поверхно- сти (например, на асфальте) короче самой палочки. Предполо- жим, что солнце светит точно сверху и что угол наклона палочки к горизонтали равен п. Тогда cos о — множитель, ко— торый показывает, во сколько раз проекция короче палочки.

Например, если папочка имеет длину 60 см, а о = 42°, то длина тени-проекции будет 60 cos42° - 44,59 (см).

Так же устроен синус — он тоже определяет

•длину тени», но только не на горизонтальной поверхности, а на вертикальной, при условии,

что источник света сбоку. 

Эти наглядные представления обычно фор- мализуют с помощью прямоугольного тре-

угольника. Если катеты равны о и 6, а гипоте- *А*

нуза с, то

— = cosA, — ——sinA

или, что то же самое,

о = с cos А, b = с sin *А.*

Теорема Пифагора утверждает, что о' + 62 = с'. Из этого pa- венства вы легко получите *основное тригонометрическое рождество* cos' о + sin' о = 1.

Задача **169.** В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом при вершине С известно, что AB = 15, а sin *ТВ* ——0, 4. Найдите сторону *BC.*

*Решение.* 1-й способ. Пользуюсь синусом угла *ZB,* можно найти противолежащий этому углу катет *AC:*

*AC —— AB -* sin *В ——*15 0,4 = 6. Тогда по теореме Пифагора

*BC —— АВ 2 — АС 2 ——* 225— 36 = 1389.

2-й способ, Сначала найдем косинус из основного тригоно- метрического тождества. Поскольку косинус острого угла положителен, coso = l— sin 2 о —1—30,16 — 0,384.

Тогда *BC —— AB -* cos *В -— 16* 0,384 = **225** 0,84 = 1389.

Чтобы решить зaдaяy, достаточно применить один способ. Но если вы не уверены в своих вычислениях, лучше сде- лать и то, и другое. Можно быть почти уверенным в отсут- ствии ошибки, если результаты совпали.

#### Олтвелт: 1389.

Задача 170. Найдите cos Q, если sin Q = 0,6 и известно, что

2< ' <

*Решение.* Найти cos2 Q несложно:

coп 2o — 1 — sin 2n = 1 — 0,6' = 0,64.

Получилось квадратное уравнение, из которого cosn = — 0,8 или cos ct = 0,8.

Нужно выбрать знак.

Дело в том, что косвнус может оказаться отрицательнмм. Для того чтобы разобраться, воспользуемся диаграммой зяаков для косинуса. На этой диаграмме показаны знаки косинуса в раовых четвертях. Справа от нуля косинус no- ложителен, слева — отрицателен.

ЙНОІГ £( fГОб If НЦСО 

В аашем случае угол п лежит во второй четверти. Косинус

в этой четверти отрицателен. Пначит, вериый ответ —0,8.

*Ответ:* —0,8.

Для синуса диаграмма знаков выглядит иваие, поскольку значение синуса отсчитывается не по оси абсцисе, а по оси op- динат.

Задачи к **главе** 6

Задача **171.** На клетчатой бумаге с размером клетки 1 х 1 иао- бражен угол. Найдите тангенс этого угла.



Задача **172.** В треугольнике ВВС угол С равен **900 , sinA** = 0,8,

CC = 6. Найдите AB.

Задача **173.** В треугольнике ВВС угол С равен 90°, CC = 16, tgA = 0,5. Найдите *BC.*

Задача **174.** В треугольнике ВВС угол С равен 90°, *СИ —* высо-

та, AB = 17, tgA = 1 . Найдите ОП.

4

Задача **175.** В треугольнике ABC угол С равен 90°, *СИ — вы-*

сота, CC = 6, sin А = 232 . Найдите *ВИ.*

Задача **176.** В треугольнике ВВС угол С равен **900 ,** *СИ — вы-*

сота, CC = 5, ОП = 236 . Найдите cosB.

Задача 177. В треугольнике ВВС угол С **равен 900 ,** высота *СИ*

равна 4, *BC ——* 4 . Найдите tgA.

Задача **178.** В тупоугольном треугольнике ABC CC = *BC,* высо- та ОП равна 14, *СИ ——* 25 . Найдите s‘inACB.

Задача **179. Меньшее** основание равнобедренной трапеции

#### равно 5. Вмсота трапеции равна 15. Тангенс острого угла

равен —. Найдите большее основание.

4

Задача 180. Найдите корень уравнения cos 8т +1) Јз

6 " 2

В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

Задача 181. Найдите корень уравнения tg 4 —i в от-

 4z 5)

ветенапииіитенаиболыиийотрицательныйкорень.

##### Задача

уравнения sin =(\* + ) 32

4 " " 2

В ответе напишите наименьший положительный корень.

Задача 183. Найдите значение выражения

31cos67°

sin 23°

##### Задача184.НайдитеаначениевыралкенилЗ5 4

Задача 185. Найдите значение выражения

 29

35r

6

26п

з

**120**