## Глава 5. ПЛОЩАДИ Н ОБЪЕМЫ

Площади фигур на плетчатой бунаге

Если фигура устроена не очень сложно, то найти ее пло- щадь часто удается, достроив подходящие вспомогательные фигуры. Налример, удобно использовать прямоугольники или прямоугольные треугольники.

Задаяа **124.** Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге.



*Решение. I* -й способ. Поместим треугольник в пряыо- угольник, нарисованный по клеточкам. Получается квад-

рат 5 х 5. Площадь квадрата найти неслож-но: 5 6 = 25. Те-

перь нужно удалить два лишних треугольника. Большой треугольник — ровно половина квадрата. Его площадь 25 : 2 = 12,5. Маленький треугольник — ровно половина прямоугольника, 5 х 1. Значит, его площадь равна 5 : 2 = 2,5. Вычитаем эти площади из 25:

25 — 12,5 — 2,5 = 10.



2-й способ состоит в том, чтобы воспользоваться формулой

 где о — какая-то сторона, а /t — высота, прове- денная к атой стороне. Если принять вертикальную сторо-

ну за а, получаем: о = 4, *h —— 6. Уlяощ ь* равна 

### 2

Ответ: 10.

Задача **125.** Попробуйте найти площадь треугольнина дост- раиванием до прямоугольника и отбрасыванием лишнего.

Зада•та **126.** Найдите площадь четырехугольника.



*Указаиие.* Можно достроить до прямоугольника и затем

«выкинуть иетыре лишних куска» , а можно четырех- угольвик одной гориионтальной линией разделить на два треугольника, площади которых посиитать несложно. По- пробуйте оба способа.

Найти площадь фигуры можно, как правило, несколькими способами. Это удобно для проверки. Если два или три способа дают разные результаты, нужно искать ошибку. Но главное — прикидна.

Вот знаменитая задача-шутка. Задачу придумал извест- ный английский математик Чарльз Лютвидж Доджсон. Более широко он известен как Льюис Кэрролл — автор сказок

‹•Алиса в Стране чудес» . Два одинаковых прямоугольных тре- угольника сложены из одинаковых фвгур. Но во втором есть елишняя • клетка. І£ак такое возможно?



Есть легенда, что когда королева Виктория прочла сказку про Алису, она пришла в восторг и потребовала купить ей все сочинение этого аеликого фантазера. Приказание было выполнено — ей принесли толстую пачку книг по математике. Наверное, это только легенда — ведь пока Доджсон писал книжки по математике, Кэррол написал не так уж мало стихотворений и ко- ротких рассказов и даже книгу «Дневник путешествия в Россию 1867 г.». Правда, дневник был издан только после смерти автора.

В отличие от треугольников и трапеций, площади комнат и участков, как правило, известны из планов БТИ (бюро тех- нической инвентаризации), планов застройки и т.п. К сожа- лению, ошибки в этих планах встречаются часто. Наверное, потому, что специалисты БТИ — люди, и им свойственно ино- гда делать математические ошибки.

Задача 127. Вычислите площадь участка оо данным рисунка.

21

### Задвчв **128.** Вьшислите площадь квартиры по данным рисунка.

Все раомеры давы в метрах.

4

3 xH хомпата

2 с/у к оридор 2 7

# Сравненне площадей

Иногда площади удается легко сравнить. Удобнее всего видеть части площадей в обычном треугольнике или паралле- лограмме.

Медиана разбивает треугольник на два треугольника, рав- нык по площади (равновеликих).

Задача 129. В треугольнике ABC отрезок *СМ —* медиана. Пло- щадь *C!MA* равна 7. Найдите площадь треугольника ABC.

### Задача **130.** В треугольнике ВВС точка *М —* середива ТВ, а точка *К* середина *BY.* Во сколько раз площадь *MKB* меньше площади треугольника ABC?



Чтобы понять, во сколько раз площадь треугольника *MKB* меньше площади треугольника ВВС, достаточно рассмотреть рисунок, на котором точка *D —* середина MC и треугольник ABC оказался разрезанным на 4 одинаковых треугольника.

Задаиа **131.** Во сколько раз уменьшится площадь треугольни- ка, если все его размеры уменьшатся в три раза?

Изменение пяощадей и объемов при изменении размеров фигур

Описанные в трех предыдущих задачах законы изменения площадей не зависят от формы фигуры. Если фигуру совер- шенно произвольной формы увеличить вдвое (по длине и ши- рине), то ее площадь вырастет в 4 раза. Пояснить это обстоя- тельство можно рисунком. Сначала фигура растягивается вдвое по ширине: а потом — по высоте. Каждый раз ее пло- щадь увеличивается в 2 раза. Итого— в 4 раза.



Если размеры увеличиваются в m раз, то площадь растет в m 2 pao. Например, в одном километре 1000 метров. Это зна- чит, что в одном квадратном километре 10002 = 1 000 000 (миллион) квадратных метров.

С объемами дело обстоит похожим образом. Если тело (фи- rypy в пространстве) увеличить вдвое (по длине, ширине и вы- соте), то площадь поверхности увеличится в 4 раза, а объем

в 8 раз.

В магазинах продаются коллекционные модели автомоби- лей. Они точно оовторяют форму оригинала.

Зада•та **132.** Какой длины должна быть модель автомобиля, если она в точности повторяет в масштабе 1:30 автомобиль длиной 5 м 10 см?

*Решение. 6 м* 10 см это ровно 510 см. 510 : 30 = 17 (см).

Овіаеві: 17 см.

Задача **133.** Сколько должна была бы весить такая модель (см. oaдauy **132),** если бы она повторяла оригинал не толь- ко внешне, но и во всех деталях, включая материалы7 Счи- тайте, что вес настоящего автомобиля 1200 кг.

*Решение.* Настоящий автомобиль ровно в 30 раз длиннее, шире и выше своей игрушечной копии. +Сожмем» автомо- биль в 30 раз во длине, оатем по ширине и, наконец,

по высоте. Bceгo он •сожмется» в SO SO- 30 — 27 000 раз. Во столько pao должна уменьшиться масса:

## 1200:2T000=

*Ответ:* 44 грамма.

= 44 

Игрушечный, но «как настоящий» автомобильчик длиной 17 см должен весить примерно 44 грамма. Но в реальности та- кая модель весит гораздо больше — примерно 150—200 г. Как объяснить такой парадокс?

Задаяа 134. Средний' танк Т-34 весит 26 тонн. В магазине продается металлическая модель танка в масштабе 1:20. Сколько килограммов должна была бы весить такая мо- дель, если бьІ она абсолютно точно повторяла все детали настоящего танка?

Площадь и объем фигуры зависят от ее размеров и формь‹. Но если форма неизменная, то площадь поверхности растет пропорционально квадрату размеров фигуры, а объем — пропорционально кубу. Если вдуматься, ни- чего удивительного нет: площадь измеряется в квадратных единицах, а объем — в кубических.

+ Рлаоомерная оценка» площадей и объемов требует навы- ка. Без подготовки в оценке площади легко ошибиться. На рисунке два кубика. Один больше другого. Предположим, что объем малого куба равен 1000 куб. см. Попробуйте прикинуть объем большего куба.

Средний танк это не в смысле, что мы рассматриваем наной-то усредпенпый танк. До шестидесятьт х годов XX века танки классифиqи- ровались по мощности брони и вооружения. Были танки легкие, средние и тяжелые.

Если ваш ответ: меньше **2000** куб. см, то вы отиблись подвел глазомер, который умеет хорошо оценивать изменение размеров, но не объемов. Примерно так же плохо дела обстоят и с глазомерной оцеRкой площадей.

Падаии

Задача **135.** Уровень воды в сосуде дилиндрической формы достигает *h ——20* см. Какого уровня будет достигать вода, если ее пережить в другой такой же сосуд, у которого радиус основания в полтора раза мепьше, чем у первого? Ответ дайте в сантиметрах.

Задача **136.** Однородный шар диаметром 3 см весит 81 грамм. Сколько граммов весит шар диаметром 2 см, изготовлен- ный из того же материала?

 

Задача 137. Пирамида Xeooca имеет форму правильной четы- рехугольной пирамиды, сторона основания которой равна **230** м, а вьтсота — 147 м. Сторона основания точной му- пейной копии этой пирамиды равна 46 см. Найдите высоту музейной копии. Ответ дайте в сантиметрах.

### 9T

Задача **138.** Две кружки имеют цилиндрическую форму. Пep-

**ВВЯ ItJ3 ШItB** ВТЈЗО£І ШИЈЭ£1 ВТОЈЭОЙ , & ВТОЈЗВЯ — В ПОЛТОЈЗ8 ЈЭІ1З&

выше первой. Во сколько раз объем первой кружки больше объема второй?



### **3afIa•ra 139.** Во сколько paa увеличится объем куба, если все его ребра увеличить в пять раз?

Карты и масштабы.

Что больше — Гренландия или **Австралия?**

К географическим картам все привъікли. Все понимаязт, как пользоваться ими, и понимают, что такое масттаб. На самом деле географяческая карта полна неожиданностей, свя- занных с искажением масштаба.

В XVII в. обнаружилось, что маятниковые часы на экваторе ходят медлен- нее, чем в Париже. Сэр Исаак Ньютон объяснил это тем, что на экваторе си- ла тяжести меньше, чем вблизи полюсоs, и Земля немного «сплюснута» с полюсов, своей формой напоминая мандарин. Ньютон даже примерно прикинул, насколько расстояние от центра Земли до полюса меньше, чем до экватора.

Французская академия наук поручила проверить правильность рассу›кде- ний Ньютона директору Парижской обсерватории Джованни Кассини. По- сле подсчетов Кассини объявил, что Ньютон не прав: Земля не сплюснута, как мандарин, а вытянута, как лимон. Ньютон стоял на своем. Ученый спор

98

В **1735 г. были снаряжены две** экспедиции. Одна — в Перу, другая — в Ла- пландию. После **обработки результатов выяснилось,** что Земля все же больше похожа на мандарин, чем на **лимон. Ньютон оказался прав.** Занятно другое — в своих расчетах Кассини ошибался меньше, чем Ньютон.

Возможно, **описывая войну тупоконечников** и остроконечников, Д›конатан Свифт больше вдохновился спором между сторонниками теорий мандари- на и лимона, чем войнами между католиками и гугенотами, как принято счи- тать.

Посмотрите на географииескую карту. Гренландия по площади кажется намного больше, чем Австралия. Но на са- мом деле площадь Австралии примерно втрое больше. Дело в том, что любая географическая карта имеет искажения — не удается переложить поверхность круглой планеты' на пло- скую бумагу так, чтобы равные расстояния изображались равными расстоявиями. Приходится чем-то жертвовать.

1:35B70OO0O

Например, па карте, которую мы здесь изобразили (проекция Меркатора), сохрани ются углы, НО ЈЗіІССТОЯїlИЯ И ПЛОЩАДИ ИС- кажаются — чем дальше от экватора, тем сильнее искажения. В углу карты написано — масштаб 1:358 700 000, то есть в од- ном сантиметре 3587 километров. Как это понять? Это — oc-



’ Земля почти круглая, во **не совсем круглая. Тело,** имеіощее форму Земли, называется геоцд. В природе существует единствепный геоид сама Пемля.

новной масштаб. Он будет верным на экваторе. Чем дальше от экватора — тем меньше следует полвгаться на масштаб. Россия выглядит на этой карте намного больше, чем выглядела бы на глобусе с тем же масштабом. А Северный и Южный поліосы на таной карте вообще иообразить невозможно.

Считается, что на масштаб мировой карты (такой, как на рисунке) можно полагаться более-менее в узкой полосе вдоль экватора (315°). На широте Nосквы или Санкт-Петербурга масштаб будет уже не 260 км в 1 сантиметре, а вдвое крупнее — примерно 130 км в одном сантиметре.

Бывают другие проекции. Например, равновеликие opo- екции изображают равные площади на аемном шаре равными площадями на карте. Удобно сравнивать площади. Как сде- лать такую проекцию? + Павернем • глобус в лиет бумаги. Пo-

лучается шар, вписанный в цилиндр. Те- перь • перенесем • границы стран и морей с шара на цилиндр. Получается удивительное

свойство — площадь страны па глобусе ока- зывается такой же, как площадь ее изобра- жения на цилиндре. Осталось развернуть цилиндр — получим карту. Но вот па досто- верность расстояний и углов полагаться на

такой карте не следует. Например, Россия будет выглядеть очень длинной, но узкой, и чем дальше от экватора, тем силь- нее искажения. Штурман морского или воздушного судна предпочел бы другуіо карту.

Проекция сохраняет площади. Но чем дальше от экватора, тем сильнее иекажения.

Если мы хотим еоетавить верное наглядное представление о площадях, углах и раеетояниях на земной поверхности, лучше пользоваться не картами, а глобуеом.

**Длина окружности** и площадь круга

Мы понимаем, что площадь и объем фигуры зависит от ее размеров. Увеличим радиуе круга вдвое. Его площадь вырас- тет в 4 раза. Это евойство позволяет нам легко сравнивать площади кругов.

Но все же, чему равна площадь круга? Например, чему равна площадь круга радиуса 1? Больше трех, но меньше че- тырех. Точное значение равно к = **3,1415926...**

Древние математики долго пытались найти дробь, равную площади единичного круга или длине единичной полуокружности. Совсем недавно (в XVIII веке) бы- ло доказано, что число п иррациональНО (ЧТО имеется в Bи/tУ — см. главу 2).

Другие пытались построить с помощью циркуля и линейки круг, площадь которого равна площа/t» единичного квадрата. Это тоже невозможно, опять же из-за природы числа п. Оказалось, что п не только не /tро бь, но даже и не комбинация корней из дробей, а это обстоятельство оказалось решающим. Задача получила название «Квадратура круга».

Площадь круга равна зN.

Задача **140.** Найдите площадь круга, изображенного на ри- сунке.

*Решение.* Радиуе круга равен 5. Значит, площадь круга равна к 5' = 25a.



*Ответ:* 25a. Считая, что п = **3,14...** , нахо,дим, что 253 = **25 3,14** = 78,5.

В **публикации одного** современного журналиста написано, что в случае взрыва **Йеллоустоунской кальдеры' неминуемо наступит полнг›е** разрушение в радиусе **50 000 км. Очевидно, журналист ошибся** — диаметр всей Зенли в 4 **раза мень-** ше. Nожет быть, журналист **неправильно что-то понял,** а в виду имелась пло- щадь **50 000 кв. км? Тоже немало, но все же... Исходя из этого предположения,** определите радиус круговой области предполагаеного разрушения.

Задача **141.** Найдите площадь фигуры, иоображенной на ри-

### сунке.

*Решение.* ФиF ра состоит иа круга радиусом 4, из которого

удален меньший круг радиусом 1. Получаем:

4' — -1' = 153.

*Ответ:* 15a.

Число п появляется в задачах и расчетах, связанных е круглыми телами — цилиндрами, конусами, шарами и их частями. И, разумеется, число к — постоянный персонаж в формулах, имеющих прикладное значение.

В 1897 году д-р Эдвин Гудвин предложил законодательному собрание шта- та Индиана закон, по сути устанавливающий, что п = 3,2. Предполагалось, что штат Индиана может пользоваться новым математическим знанием бес- платно, а весь остальной мир должен платить авторские.

«А BiII for an act introducinq а new mathematical truth and offered as а contri- bution to education to be used...»

В переводе наиболее интересная часть звучит так: •Билль, представляющий

новое математическое знание и вносящий вклад в образование для свобод-



Кальдера — кратер супервулкана. Кальдеры в диаметре могут дос-

тигать 20 км.

ного и бесплатного использования исключительно в штате Индиана, предла- гаемый к принятию официальным Законодательным Актом в 1897 году... Вы- числено отношение хорды к дуге окружности в девяносто градусов, каковое оказалось семь к восьми, и также отношение диагонали к стороне квадрата, каковое оказалось десять к семи, откуда вьітекает важнsій факт — отноше- ние диаметра окружности к ее длине есть четыре к пяти четвертым»,

Как раз отсюда и следовало бы, что длина окружности больше дианетра в

4 : = 3,2

4

раза, тО есть п = 3,2.

'

10

По поручению автора азакон» представмл в Генеральную Ассанблею штата Индиана некто Тейлор Рекорд. Считается, что Рекорд и другие законники штата мало что смыслилн в математике, и закон был бы принят, если бы не вмешался Сенат штата и лично профессор К. Уолдо, давший «экспертное заключение», как мы бы сказали сейчас.

Мы же думаем, что законодатели штата Индиана вовсе не были математи- чески безграмотны. Известно, что мистер Рекорд был лесоторговцем. Сле- довательно, ему часто приходилось вычислять объем поставленной на ры- нок древесины. Разумеется, даже небольшое увеличение числа я при продаже леса очень выгодно.

Полный текст 6илля на английском языке можно найти в интернете.

Площади и объемы некоторых многогранников Если пирамида и призма имеют одинаковое основание и вы-

соту, то объем пирамиды в три раза меньше объема оризмы.

Этот факт легко увидеть на риеунке, где куб разбит на 6 пирамидок одинакового объема: у них одинаковые по площади основания (половинът граней куба) и одинаковые высо- ты — ребра куба. Для наглядвости раскра- шены только три пирамиды, занимающие

### половИиу куба. Возьмите цветные каравдаши и ради пользы и развлечения обведите ребра еще трех пирамид.

Если объем куба 1, то о0ъем каждой из

шести пирамид 1

6”

**Объединяя теперь две**

подходящие пирамидки в одну (так, чтобы их основания вместе заполнили квадратную грань куба), видим, что объем этой вовой

пирамиды равен

6 6

то есть ровно трети объема куба.

Это соотношение сохраняется для любой пары «призма- пирамида» . Нужно только, чтобы основания и высоты были одинаковы.

Задача 142. Дан параллелепипед *ABCDA,Zi,C D„* объем кото- рого равен 48. Найдите объем пирамиды AA,Zi *BD.*

## Формулы площадей и объемов тел вращения

Можно заметить, что цилиндр в некотором смысле устроен так же, как призма, — имеются параллельные основания и боковая поверхность, которую можно составить из парал- лельных друг другу отрезков одинаковой длины. Можно даже сказать, что призма — это частный специальный вид цилинд- ра с многоугольным основанием. Поэтому и формулы вычис- ления объемов призмы и цилиндра одинаковы — площадь ос- нования умножается на высоту.

Такая же аналогия ваблюдается между конусом и пирами— дой — имеется основание и выделенная вершина, которая co- единена отрезками со всеми точками на границе основания. И формулы объемов похожи и у пирамиды, и у конуса объем в три раза меньше произведения основания и высоты.

Стало быть, если конус вписан в цилиндр, его объем в три раза мевьше объема этого цилиндра.



Задача **143.** В цилиндр вписан конус. Найдите объем фигуры, оаключенной между поверхностями цилиндра и копуса, если объем конуса равен 8.

*Решение.* Объем цилиндра равен 8- 3 = 24. Значит, фигура

вне конуса, новнутри цилиндра имеет объем 24 — 8 = 16.

Omaem: 16.

То ли в справочнике киТобоя 1960-x годов, to ли в научной статье 1935 года была формула для вычисления объеиа тела кита. В формуле, конечNо, уча- ствовало число п. Самое трудное, вероятно, состояло в объяснении смысла х. Утверждается, что авторы справочника (статьи) просто предложили счи- тать, что для гренландских китов число п равно 3.

' '"

' ” " " '

 

Другие источники утверждают, что справочник полагает для гренландских китов п = 3,14. В любом случае можно предположить, что для синих китов п не такое, как для гренландских, а для кашалотов — тоже отдельное «ка- шалотное» я.

История про китов хрестоматийна, но всякие основания ее правдоподобно- сти утрачены. Авторы были бы признательнsі читателю, если бы у того на- шлись безусловные подтверждення истинности этой истории, а лучше оригинальнвій текст издания.

Задапа Архнмеда

Интересно, что произойдет, если в эту конструкцию доба- вить еще полушар, который вписан в цилиндр, но описан око- ло конуса.

Представим, пто в цилиндр вписан полушар. Если предста- вить трудно, вообразите, пто в кастрюлю положили половину арбуза, который в точности подошел и по ширине, и оо высоте.

Теоерь вообрааите, что в тот же цилиндр впиеан конуе (в ту же кастрюлю поставили воронку подходящего размера)

Если объем конуеа равен 1, то оказывается, объем полу- шара равен 2, а объем цилиндра равен 3. Получается, что объ- емъі кояуеа, полуиіара и цилиндра одинакового радиуса (и та- кой же высоты), отноеятея как **1:2:3.**

**Иначе это** утверждение звучит так: объем конуса в точно- сти равен объему, заключенному между поверхноетями кону- са и полушара, и в точности равен объему, заключенному ме- жду поверхностями полушара и цилиндра.

Считается, что впервые обнаружил этот факт Архимед.

Неизвестно, какое именно доказательство дал (и дап ли) Архинед факту про отношение объемов конуса, полушара и цилиндра. Известно, что он завещал вырезать чертеж к этой задаче и полученный результат на надгробном камне своей могилы. Это было сделано, несмотря на все политические обстоятель- ства того времени. До наших дней этот камень, к сожалению, не сохранился.

**3aдaяa 14d.** В цилиндр впиеан конус. Найдите объем конуса, если объем цилиндра равен 36.

*Решение.* Поскольку конус вписан в цилиндр, выеота ко-

нуса в точности равна выеоте цилиндра, и радиуеы их рав- ны. Можно воспользоваться формулами объемов:

1

А можно веоомнить задачу Архимеда — объем впиеавного в цилиндр конуса втрое меньше объема цилиндра:



*Ответ.* 12.

Что изменится, если в цилиндр вписан конуе и шар цели- ком, а ве noлyuiap?

Задача **145.** В цилиндр объемов 3 вписаны конус и шар. Най- дите объем шара и объем конуса.

*Решение.* Радиусы цилиндра, конуса и шара одинаковы и равны Я. Высоты цилиндра и конуса одинаковы и вдвое больше радиуса: *Н ——* 2Я. Можно воспользоваться форму- лами из таблицы и найти по очереди отношения объемов цилиндра и шара, цилиндра и конуса (или шара и конуса).

Можно рассуждать иначе. Если конус вписан в полушар, вписанный в цилиндр, то отношение их объемов известно:

нон • полуш • цнл ' .2 . °

В нашем случае каждое из тел «удваивается» — цилиндр и конус вдвое **«віятягиваются»** , от чего их объемы становят- ся больше в 2 раза. Полушар **заменяется шаром** того же радиуса, отчего объем его также **удваивается.** Пначит, от- ношение объемов прежнее: Гg,ц p ' **1:2:3.** Поэтому объем шара равен 2, а объем ковуса 1.

*Ответ:* 2 и 1.

## Задача о поясах

и снова нартографическая проекция

Разговаривая о географических картах и искажениях на них, мы отмечали одно свойство. Если • завервуть» глобус (шар) в лист бумаги, как на рисунке, и спроектировать гори- зонтально очертания материков, морей и островов с шара (глобуса) на поверхность получившегося цилиндра, то площа- ди сохраняются (см. стр. **99—100).** То есть фигура на шаре бу- дет изображаться фигурой той же площади на цилиндре. Увы, при этом форма фигуры пострадает. Откуда это следует?

 

Не вдаваясь в подробности (не доказываем!), скажем лишь, что это следует из следующего факта про цилиндр и вписав- ный в него шар. Еели провести две плоскости, перпендику- лярные оси цилиндра, то они «вырежут» на цилиндре и на шаре два пояса. Один пояс — цилиндрический, а другой шаровой. Площади этих поясов будут равны, как бы мы ни проводили параллельные плоскости.

Задачи к главе 5

Задапа 146. Дачный участок имеет форму прямоугольника со сторонами 22 метра и 30 метров. Хозяин планирует обнести его забором и разделить таким образом на две части, одна из которых имеет форму квадрата. Найдите общую длину забора в метрах.

22 м

30 м

Задаиа 147. Дачный участок имеет форму прямоугольника, стороны которого равны 50 м и 40 м. Дом, расположенный на участке, имеет форму квадрата со стороной 9 м. Найдите площадь оставшейся иасти участка. Ответ дайте в квадратных метрах.

50 м

9 м 

40 м

Задв•іа 148. На клетчатой бумаге нарисованы два круга. Площадь внутреннего вруга равна 27. Найдите площадь заштрихованной фигуры.

Задача **149.** Найдите площадь треуголь- вика, иоображенного на клетчатой бу- маге с размером клетки 1 см х 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадрвтных сантиметрах.

### Задаяа **150.** Найдите площадь четырех- уюльника, иоображенною на клетчатой бумаге с рвлмером клетки 1 см х 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

Задача **151.** В треуголънике ABC проведе- на медиана *BM, ив* стороне AB взята

точка *К* так, uтo АК = ГАВ. Площадь

треугольника *AMK* равна 2. Найдите

плолц ътреуголъникаА8С.

Задача **152.** В треугольнике ABC на сторонах AB и *BC охыече-* ны точки if и *К* соответствєнно так, что *BM: AB ——* 1:2, а *BK.-BC ——* **2:3.** Во сколько раз площадь треугольника ABC больше площади треугольника *MBK7*

Задача **153.** В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает

 Объем жидкости равен

### 2

60 мл. Сколько миллиметров жидко- сти нужно долить, чтобы полностью наполнить сосуд?

Задача **154.** В бак, имеющий форму цилиндра, налили 10 л воды, а затем погрузили в воду деталь. Уровень воды в 6a- ке поднялся в 1,6 раза. Найдите объем детали. Ответ дайте в пубических сантиметрах, зная, что в одном литре 1000 кубических сантиметров.

Задвиа **155.** Найдите объем пpa-

четырехугольнои пи- рамиды, сторона основания ко- торой равна 6, а боковое ребро

Задача **156.** Объем конуса равен 96п, а его высота равна 8.

Найдите радиус основания конуса.



Зада•іа **157.** Объем ковуса равея **256.** Череа точку, делящую высоту ковуса в отношении 1:3, считая от вершины, пpo- ведена плоскость, параллельвая основанию. Найдите объ- ем ковуса, отсекаемого от данного конуса проведенной



Задаяа **158.** Сторона основания правильной треугольной оризмм *ABCA В С* равна 1, а высота этой призмы равна 233 . Найдите объем приомы *ABCA,B* С,.

### Задаяа we. Прямоугольный параллелепиоед описан около цилиндра, радиус основания и вмсота которого равны 2. Найдите объем параллелепипеда.

