**Единый государственный экзамен**

по МАТЕМАТИКЕ

*Ответов к заданиям* 1—12 *является целое число или конечная десятичная дрожь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затеж nepeнecume его в БЛАНК OTBETOB Х•* 1 *cnRaвa от нoжepa соответствующего задания, начиная с первой илеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной илеточке в*

*соответствии с приведёнными в бяанке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

Профильный уровень Инструкция по выполнению работы

TPHEH

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя

21 задание. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1—12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

Ответ. *-0, В* it› - 0 › 8

При выполнении заданий 13—19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами.

Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

*Желаем успеха.!*

**Справочные** материалы

sin2 ‹i + cos2 о = 1

sin 2п = 2 sin п cos п

 Теплоход рассчитан на 600 пассажиров и 20 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 70 человек. Какое наименьшее число

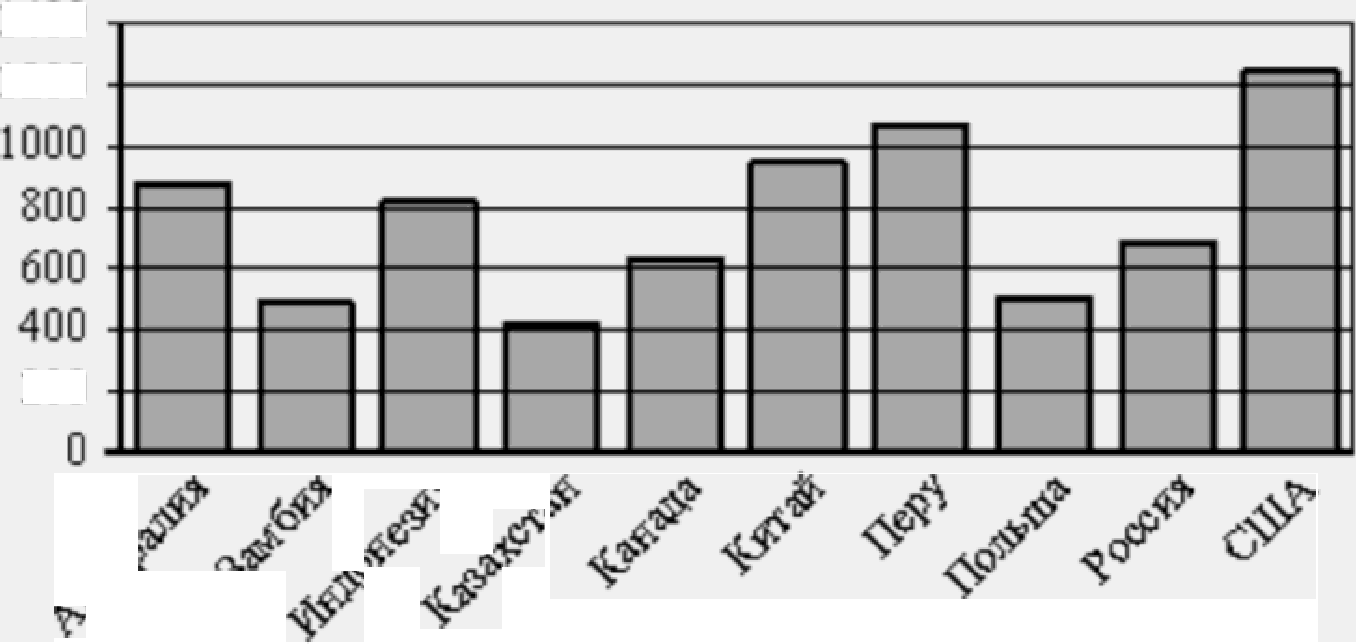
шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?

PNOBO HbKI7Ńl lM№

Ответ:

 На диаграмме показано распределение выплавки меди в 10 странах мира (в тысячах тонн) за 2006 год. Среди представленных стран первое место по

выплавке меди занимали США, десятое место Казахстан. Какое место занимала Канада?

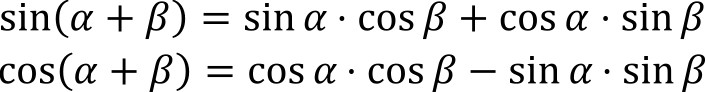
**1400**

1200

180101

#### 200

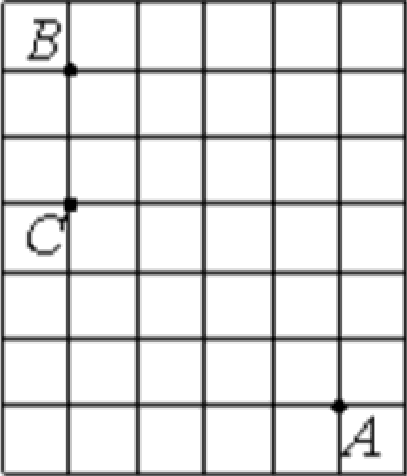
Ответ:

cos 2п = зcos2 — siп 2 п



На клетчатой бумаге с размером клетки 1 х 1 отмечены точки *А, В п С.*

Найдите расстояние от точки *А* до прямой *BC.*



Ответ:

 Фабрика выпускает сумки. В среднем на 100 качественных сумок приходится 3 сумки со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того,

что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до

СОТЫХ.

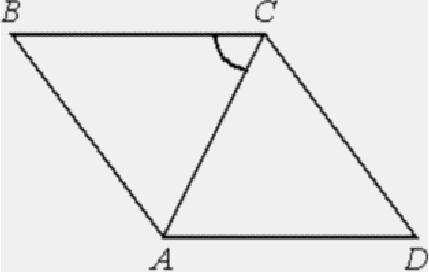
Ответ:

 Найдите корень уравнения

51 — 6

# (1;) = 81

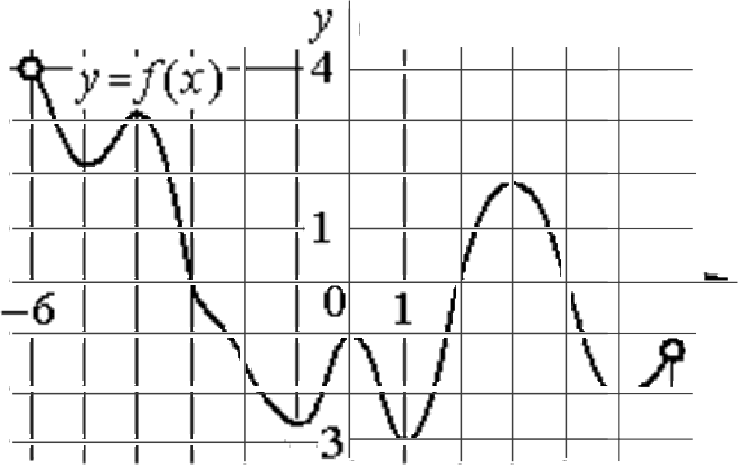
Ответ:

 В ромбе *ABCD* угол *CDA* равен 78°. Найдите угол

*ACB.* Ответ дайте в градусах.

Ответ:

1. На рисунке изображён график функции у = *f(х),* определённой на интервале (—6; 6). Найдите количество решений уравнения *f (х) ——* 0 на отрезке [—4,5; 2,5].

6 *х*

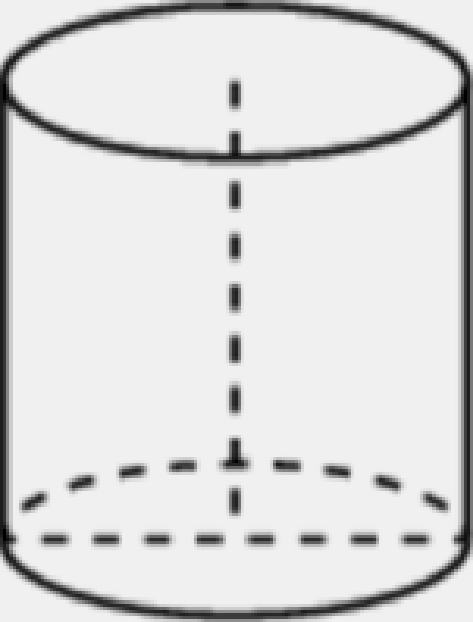
TPHEH

PNOBO HbKI7Ńl lM№

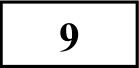
Ответ:

1. Площадь боковой поверхности цилиндра равна 12a, а диаметр основания равен 6. Найдите высоту цилиндра.

180101



Ответ:



130



## 132

Найдите значение выражения

log2 729

*Для записи решений и ответов на задания* **13—19** *используйте БЛАНК OTBETOB Х•* 2. *Запишите сначала нoжep въіпояняемого задания* (13, 14 *и т. д.), а затем полное оdоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*



lOg2

Ответ:

Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным  ускорением п = 4500 км/ ч 2 . Скорость u (в км/ч) вычисляется по формуле

v = 2/n, где / — пройденный автомобилем путь (в км). Найдите, сколько километров проедет автомобиль к моменту, когда он разгонится до скорости 90 км/ч.

Ответ:



Девять одинаковых рубашек дешевле куртки на 10%. На сколько процентов одиннадцать таких же рубашек дороже куртки?

Ответ:

Найдите наименьшее значение функции у = *е* 2" *—* 4e *+* 4 на отрезке [— 1; 2].

**Часть** 2

а) Решите уравнение

TPHEH

12" П — З" П ' 4‘ O' ‘.

PNOBO HbKI7Ńl lM№

6) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

#### 7x 2

В правильной четырёхугольной пирамиде *SABCD* сторона *AB* основания равна 16, а высота пирамиды равна 4. На рёбрах *AB, CD* и *AS* отмечены точки М, *N* и *К* соответственно, причём

*АМ —— DN ——* 4 и *АК ——* 3.



а) Докажите, что плоскости *MNK н SBC* параллельны.

6) Найдите расстояние от точки *М* до плоскости *SBC.*

Решите неравенство

Ответ:



9-‘ — 2

3‘“' -b 4 + 2 3‘“' — 51 < 3‘ -b 5.

3• — 5 3\* — 9

 Дана равнобедренная трапеция *ABCD с* основаниями *AD* и *BC.* Окружность с центром *О,* построенная на боковой стороне *AB* как на диаметре, касается

*Не забудьте nepeнecmu все ответы в бланк ответов Х• I в*

*соответствии с инструкуией по въіполнению работы.*

боковой стороны *CD н* второй раз пересекает большее основание *AD* в точке Н, точка Q — середина *CD.*

а) Докажите, что четырёхугольник *DQОН —* параллелограмм. б) Найдите *AD, есяп nBAD ——* 60° и *BC —— 2.*



137 15-ro января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

О проекте **«Пробный ЕГЭ каждую** неделю»

Данный ким составлен командой всероссийского волонтёрского проекта

«EFЭ 100 баллов» [https://vk.com/eщe100ballov](https://vk.com/ege100ballov) и безвозмездно распространяется для любых некоммерческих образовательных целей.

Нашли ошибку в варианте?

Напишите нам, пожалуйста, и мы обязательно её исправим!

**Для** замечаний и **пожеланий:** [https://v1‹.com/topic-10175642 35994595](https://vk.com/topic-10175642_35994898) (также доступны другие варианты для скачивания)

* 1-ro числа каждого месяца долг увеличивается на *г* процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где *г —* целое число;

TPHEH

* со 2-го по 14-e число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
* 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

PNOBO HbKI7Ńl lM№

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Дата | 15.01 | 15.02 | 15.03 | 15.04 | 15.05 | 15.06 | 15.07 |
| Долг (в    рублей) | 1 | 0,6 | 0,4 | 0,3 | 0,2 | 0,1 | 0 |

Найдите наибольшее значение г, при котором общая сумма выплат будет меньше 1,2 млн рублей.

Найдите все значения п, при каждом из которых уравнение

|  |  |
| --- | --- |
| СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА: | |
| ФИО: | Евгений Пифагор |
| Предмет: | Математика |
| Стаж: | 6 лет репетиторской деятельности |
| Регалии: | Основатель и руководитель проекта Школа Пифагора |
| Аккаунт BK: | https://vk.com/eugene10 |
| Сайт и доп. информация: | https://youmbe.com/ШкoлaПuфaropa |

(6 sin х — 2 — Зп-) sin х + 3,5 cos 2x + 0,5 = 0

имеет хотя бы один корень.

139 На доске написано более 40, но менее 48 целых чисел. Среднее арифметическое этих чисел равно -3, среднее арифметическое всех положительных из них равно 4, а среднее арифметическое всех отрицательных из них равно -8.

180101

а) Сколько чисел написано на доске?

6) Каких чисел написано больше: положительных или отрицательных?

в) Какое наибольшее количество положительных чисел может быть среди НИх?

**Система оценивания**

Ответы к заданиям 1-19

Каждое из заданий 1—12 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом.

Верно выполненные задания 13-15 максимум оцениваются в 2 балла, задания 16-17 — в 3 балла, а задания 18-19 — в 4 балла.



Решения и критерии **оценивания** заданий **13—19**

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13—19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

TPHEH

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов. Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

PNOBO HbKI7Ńl lM№

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

 а) Решите уравнение

12 " П \* = 3SI П R . 4€OS R

180101

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

7z

#### 2z; 2

**Решение:**

#### а)





3"‘ . 4"‘ sin х . 4"’

ZSiП

|  |  |
| --- | --- |
| задания | Ответ |
| 1 | 9 |
| 2 | 7 |
| 3 | 4 |
| 4 | 0,97 |
|  | 0,4 |
| 6 | 51 |
| 7 | 4 |
| 8 | 2 |
| 9 | 3 |
| 10 | 0,9 |
| 11 | 10 |
| 12 | 0 |
| 13 | а) -1- оп; п С Z.  6) 2,25a; 3,25a |
| 14 | 2,45 |
| 15 | (—‹ю; 1] U (lo8з ; 2) |
| 16 | 83 + 14 |
| 17 | 7 |
| 18 | 1 (—со; —0,6] U ; +‹х› |
| 19 | а) 44, б) отрицательных, в) 17 |

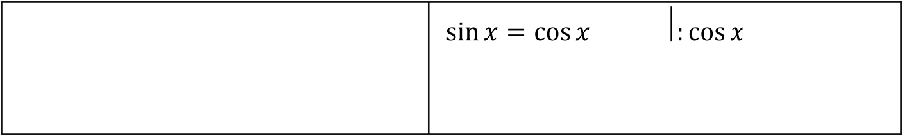
. 4SlП Х

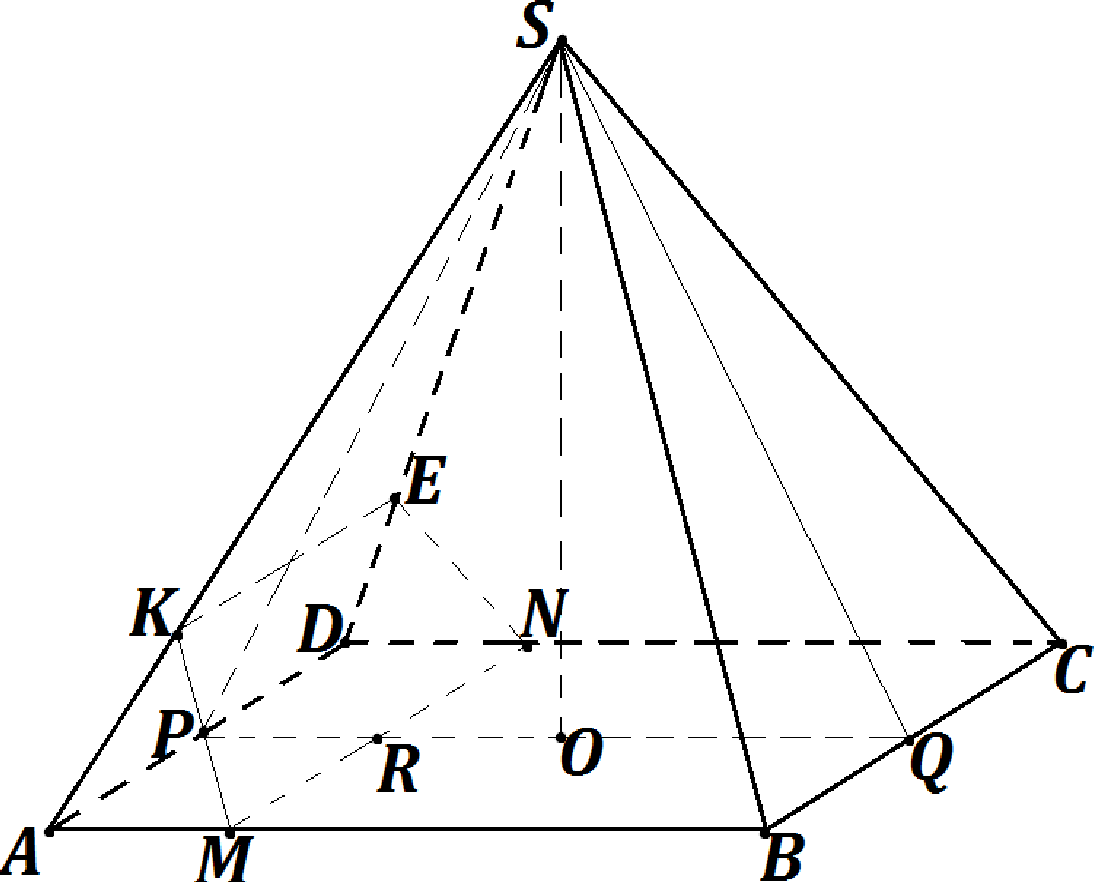
ZSiП

. 4" '

sin х . (4sin х \_ 4"' ‘) 0

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| З" П \* = 0 | 4 " | П \* | —  = | 4’ OS Х | = | 0 |
| Нет решений, т.к. число в степени | 4 | П \* | 4’°'\* |  |  |

всегда положительно

tg *х* —— 1

п

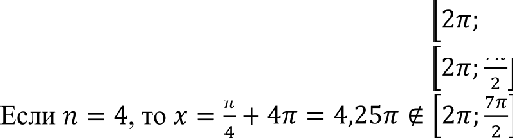
х = + nn; п С Z

TPHEH

6)

Подберём корни для *х —— — +* nn; п С Z

Если п = 1, то х = -1- п = 1,25п Е $2п; 2

Если п = 2, то *х ——* -1- 2s = 2,25п С

7r# 2\*

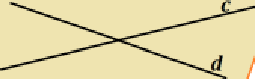
Если п = 3, то х = —t- Зп = 3,25п С 2+;7r

PNOBO HbKI7Ńl lM№

Ответ: а) -1- nn; п С *Z. 6)* 2,25a; 3,25a

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Содержание критерия** | | | | | **Баллы** |
| Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах | | | | | 2 |
| Обоснованно получен верный ответ в пункте *а нпн* в  пункте d  Получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов — пункта *а* и пункта *6* | | | | | 1 |
| Решение не соответствует  перечисленных выше | ни | одному | из | критериев, | 0 |
| *Максимальный балл* | | | | | 2 |







 В правильной четырёхугольной пирамиде *SABCD* сторона *AB* основания равна 16, а высота пирамиды равна 4. На рёбрах *AB, CD* и *AS* отмечены

точки Ч, *N* и *К* соответственно, причём

*АМ —— DN ——* 4 и *АК ——* 3.

а) Докажите, что плоскости *MNK п SBC* параллельны.

6) Найдите расстояние от точки М до плоскости *SBC.*

**Решение:**

#### а)

Если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны



*MN i i BC* (т.к. *АМ ——* 4 и *DN ——* 4)

Осталось доказать, что *MK ii SB*

180101

Пусть

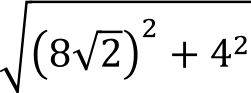
*SO —* высота пирамиды Тогда

*AC ——* 3+*AB* 2 *B6 2* = 162 —b 162 = 16a (по теореме Пифагора)

*AO —* 1 *A*-*C —* 1 l62=82

2

2

*SA —— АО 2+ SO* 2 — ( 8 2 2 .{. 42 — 12 (по теореме Пифагора)

*RQ ——* 12

*SO* 4 1

sinrops *—— p —*

*S*

4

## 5 — 5

*а AKM k ABS по* двум пропорциональным сторонам и углу между ними

*АМ АК*

*AB SA ZMAK —— ZBAS*

sinzf/*QЛ*

*1 HR*

5 12

PNOBO HbKI7Ńl lM№

1 *HR*

5 *RQ*

TPHEH

=> *MK i i SB*

=> *(MNK) i i (SBC)*

*IIR*

12 125



5 5

= 2,45

6)

Пусть *Р —* середина *AD* Пусть *R —* середина Ч/\/ Пусть *Q —* середина *BC*

*(SPQ) L BC*

Расстояние от точки *М* до *(SBC)* равно расстоянию от точки Л до *(SBC),*

потому что /tI и fi лежат на одной прямой

Итак, расстояние от точки Л до прямой *5Q —* искомое

Рассмотрим а *РQS —* равнобедренный

Ответ: 6) 2,45

|  |  |
| --- | --- |
| Содержание критерия | Баллы |
| Обоснованно получен верный ответ в обоих пунктах | 2 |
| Верно доказан пункт *а.*  ИЛИ  Верно решён пункт *б* при отсутствии обоснований в пункте *а* | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев,  перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | *2* |

*SQ —— SP —— 5+0 2 OQ 2* — 2+ 8 2 = 8 = 45 (по теореме Пифагора)

180101

*РQ —— AB ——* 16

Воспользуемся теоремой косинусов, чтобы узнать тупоугольным или

Решите неравенство

остроугольным является а *РQS:*

9-‘ — 2

3‘“' -b 4 2 3‘“' — 51 Й 3

#### + 5.

cos *zPSQ* ——

2 *SP SQ —* 2- 8 8

3• — 5 + 3\* — 9

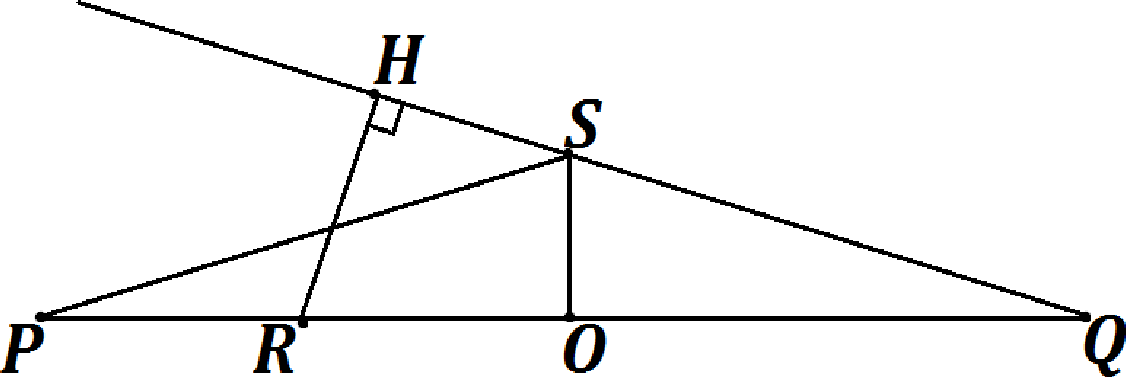
cos *z PSQ <* 0 =>а *РQS —* тупоугольный:

Решение:

Пусть 3\* = t

t 2 — 6t + 4 + 6t — 51 <

t — 5 t — 9

Нужно сократить t — 5

#### t + 5

(t — 5)(t 1) = t 2 — 6t —b 5

*RH —* искомое расстояние

t2 — 6t + 5 — 1 + 6t — 54 + 3 < t + 5

t — 5 t — 9

(t — 5)(t — 1) — 1 + 6t — 54 + 3 < t + 5

t — 5 t — 9



#### t — 1 — 1 + 6 + 3 < t + 5

t — 5 t — 9

t + 5

3 — 1 < 0

TPHEH

PNOBO HbKI7Ńl lM№

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Содержание критерия** | | | | | **Баллы** |
| Обоснованно получен верный ответ | | | | | 2 |
| Решение содержит вычислительную ошибку, возможно,  приведшую к неверному ответу, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения | | | | | 1 |
| Решение не соответствует  перечисленных выше | ни | одному | из | критериев, | 0 |
| *Максимальный балл* | | | | | 2 |

t — 9 t — 5

3t — 15 — t + 9 <

(t — 9)(t — 5)

# — )(i — "

 Дана равнобедренная трапеция *ABCD с* основаниями *AD н BC.* Окружность с центром *О,* построенная на боковой стороне *AB* как на диаметре, касается

боковой стороны *CD* и второй раз пересекает большее основание *AD* в

0 точке Н, точка Q — середина *CD.*

а) Докажите, что четырёхугольник *DQОН —* параллелограмм.

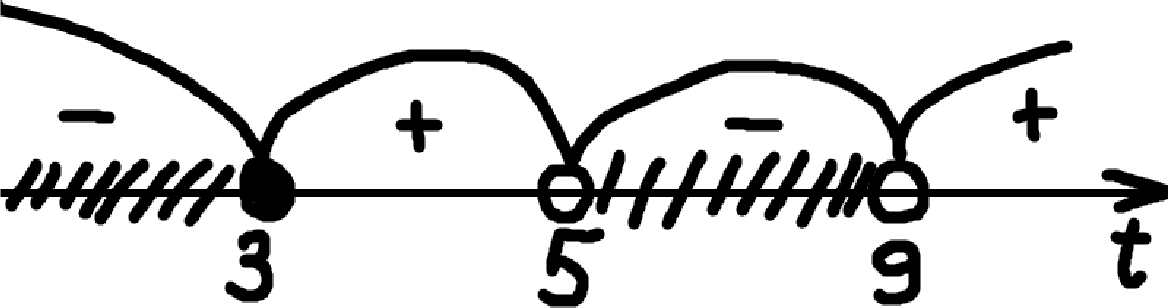
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 2t — 6  (i s | ) < 0 |  |
| 2t — 6 = 0  t = 3 |  | (t — 9)(t 4— 5) 0  t т 9 |
|  | 4 | t 5 |

6) Найдите *AD,* есян *rBAD ——* 60° и *BC ——* 2.

**Решение:**

180101





Ответ: (—m; 1] U (loв 5 ; 2)

s < t < 9

### s < 3“ < 9

з gн 5< з• < з2

log 5 < *х <* 2



Четырёхугольник является параллелограммом:

1. Если две стороны равны и параллельны
2. Если противоположные углы попарно равны
3. Если противоположные стороны попарно равны
4. Если все противоположные стороны попарно параллельны
5. Если диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам
6. Если сумма соседних углов равна 180 градусов
7. Если сумма квадратов диагоналей равна сумме квадратов всех сторон
8. Если сумма расстояний между серединами противоположных сторон выпуклого четырёхугольника равна его полупериметру



*QO —* средняя линия трапеции *ABCD*

(т.к. *О —* середина *AB* и *Q —* середина *CD)*

=>

*QO i i AD*

=>

*QO i i DH*

Рассмотрим а *OAH OA —— ОН*

*г0АН —— a0I!A KOAH —— LADC*

(т.к. трапеция равнобедренная)

=>

*£ ОНА —— nADC —* соотвественные

*ОН l i DQ*

=>

*DQОН —* параллелограмм

*DH = 2 + х*

Выразим *АН* и *DH* другим способом:

Рассмотрим а *ABH —* прямоугольный 

*LABH ——* 180 — *LAHB — LBAH ——* 180 — 90 — 60 = 30°

*АН*- *——* 1 *AB*- *——* 1 2Л —— Л

2

2

Пусть

PNOBOHbKI7Ńl lM№

*Р —* точка касания *CD п* окружности

*ПОРQ ——* 90°

(по свойству касательной)

Рассмотрим а *OPQ —* прямоугольный

*РQО —— KADC ——* 60°

(т.к. это соответственные углы при параллельных прямых)

*OP*

SlП *JPQO —— о*

sin 60° = *R*

*ОQ*

з Я

*2 ОQ*

*ОQ* 2*R*

180101

*DH ——*

Получаем систему двух уравнений, приравняв значения *АН* и *DH,*

найденные разными способами

*х —— R*



6)

*BH —* высота трапеции (т.к. *zLAHB —* вписанный и опирается на диаметр)

Пусть

*R —* радиус окружности

*АН = х*

Тогда

2 *R*

2 + х =

2 +і= 2+

23 + Зх = 2x 2x — Зх = 23

#### x(2 — 3) = 23

— 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

- 2з (2 + з)

TPHEH

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Дата | 15.01 | 15.02 | 15.03 | 15.04 | 15.05 | 15.06 | 15.07 |
| Долг (в  млн рублей) | 1 | 0,6 | 0,4 | 0,3 | 0,2 | 0,1 | 0 |



#### (2 — 3)(2 + )

*AD —— АН + DH —— х +* 2 + *х —— 2x + 2*

*AD —— 2-* (4 + 6) + 2 = 8 + 12 + 2 = 8 + 14

Ответ: 83 + 14

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Содержание критерия | | | | | Баллы |
| Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и  обоснованно получен верный ответ в пункте *б* | | | | | 3 |
| Нолучен обоснованный ответ в пункте *б*    Нмеется верное доказательство утверждения пункта а и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки | | | | | 2 |
| Имеется верное доказательство утверждения пункта *а,*  При обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки,  ИЛИ  Обоснованно получен верный ответ в пункте *б с* использованием утверждения пункта *а,* при этом пункт а не выполнен | | | | | 1 |
| Решение не соответствует  перечисленных выше | ни | одному | из | критериев, | 0 |
| *Максимальный балл* | | | | | 3 |

137 15-ro января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

1-ro числа каждого месяца долг увеличивается на г процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где *г —* целое число;

— со 2-гo по 14-e число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

Найдите наибольшее значение *г,* при котором общая сумма выплат будет меньше 1,2 млн рублей.

**Решение:**

PNOBO HbKI7Ńl lM№

Переведём миллионы в тысячи: 1 млн это 1000 тыс.

1,2 млн это 1200 тыс.

Пусть клиент вносил платежи 7 числа каждого месяца Кредит на 6 месяцев, поэтому будет 6 платежей:

*х —* первый платёж

x2 — второй платёж хб — шестой платёж

180101

Поставим таблицу как изменялась сумма долга:

|  |  |
| --- | --- |
| Число | Сумма долга |
| 15.01 | 1000 |
| 01302 | 1000‘ 1 + ood' 1000 + 10г |
| 07.02 | 1000 + 10г — *х* |
| 15.02 | 600 |
| 01.03 | 600- $1 + o) = 600 + 6r |
| 07.03 | 600 + бг — т 2 |

1000 -b 10г — 600 = х,

|  |  |
| --- | --- |
| 15.03 | 400 |
| 01.04 | ’ 400 1 + і' $о) 400 + 4r |
| 07.04 | 400 + 4r — х, |
| 15.04 | 300 |
| 01.05 | - 300 $1 -I- 100) 300 + Зг |
| 07.0Ѕ | 300 -1- Зт — x4 |
| 15.05 | 200 |
| 01.06 | - 200 $1 ’100) = 200 + 2r |
| 07.06 | 200 -1- 2т — x 5 |
| 15.06 | 100 |
| 01.07 | "' ’ $'‘ ) ' 100 + т |
| 07.07 | 100 -1- т — т б |
| 15.07 | 0 |

600 -1- 6r — 400 = x2

400 -1- 4r — 300 = х

300 -1- Зг — 200 = x4

TPHEH

200 -1- 2r — 100 = xs

100 -1- *г ——*х б

Сложим левые и правые участи уравнений:

+1 + +2 + + + +4 + + + +6 = 1000 + 26r

PNOBO HbKI7Ńl lM№

Общая сумма выплат должна быть меньше 1,2 млн рублей (по условию)

=>

1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 < 12 0 0 тыс.

1000 -1- 26r < 1200

26г < 200

200

Получаем систему уравнений: 1000 + 10г — < 1 = 600

600 + 6r — *хz ——* 400

400 + 4r — *х ——* 300

300 + Зг — ху = 200

200 + 2r — xc = 100

100 + *г —* x6 = 0

*Т’*

*<* 26

100

13

*г <* 7 9

із

Требуется найти наибольшее подходящее целое *г*

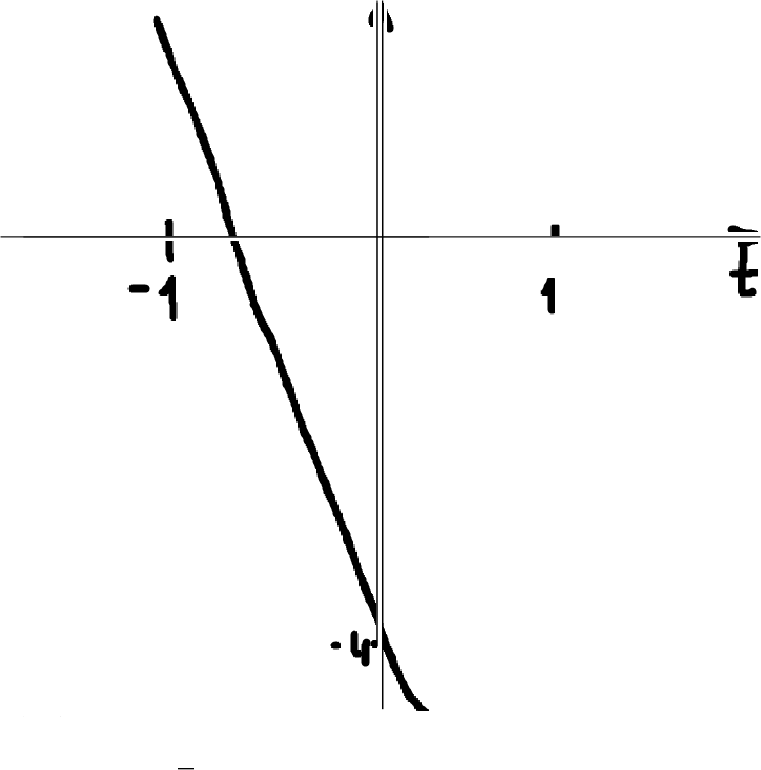
180101

*г ——* 7

Ответ: 7

|  |  |
| --- | --- |
| Содержание критерия | Баллы |
| Обоснованно получен верный ответ | 3 |
| Верно построена математическая модель, решение сведено  к исследованию этой модели, получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки  ИЛИ  Получен верный ответ, но решение недостаточно обоснованно | 2 |
| Верно построена математическая модель и решение  сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено | 1 |

|  |  |
| --- | --- |
| Решение не соответствует ни одному из критериев,  перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | 3 |

Найдите все значения п, при каждом из которых уравнение

›¿ıqHhoao anHZd +

(6 sin *х* — 2 — Зп-) siп *х +* 3,5 cos 2т + 0,5 = 0

имеет хотя бы один корень.

**Решение:**



coslG = cos2J -sin2o cos 2сг = 2cos 2 п — 1 cos 2сг = 1 — 2s inз2

H

6siп2 х *—* (2 +-

Зп)

[N•](http://vk.com/ege100ballov)lAl

siп т -1- 3,5 — 7siп2 т -1- 0,5 = 0

—siп2 x — (2 -+ Зп)

siп т + 4 = 0 - (—1)

siп2 x + (2 -+ Зп)

#### Пусть siп х = t

—1 sin х 1



sin т — 4 = 0

f(—1) й 0

[ŁO OŁ](https://vk.com/shkolapifagora) [8 Ł](http://vk.com/ege100ballov)

1 — 2 — Зп — 4 > 0

Перефразируем вопрос:

Найдём все значения п, при каждом из которых уравнение

Зп й —5

5

t' + (2 + Зп-) I — 4 = 0 имеет хотя бы одно решение, удовлетворяющее

условию —1 й t й 1

Рассмотрим квадратичную функцию:

*f(t) ——* t 2 + (2 + Зп-) t — 4 — парабола (ветви вверх)

2 случай, при котором будет хотя бы одно решение, попадающее в отрезок [— : ]

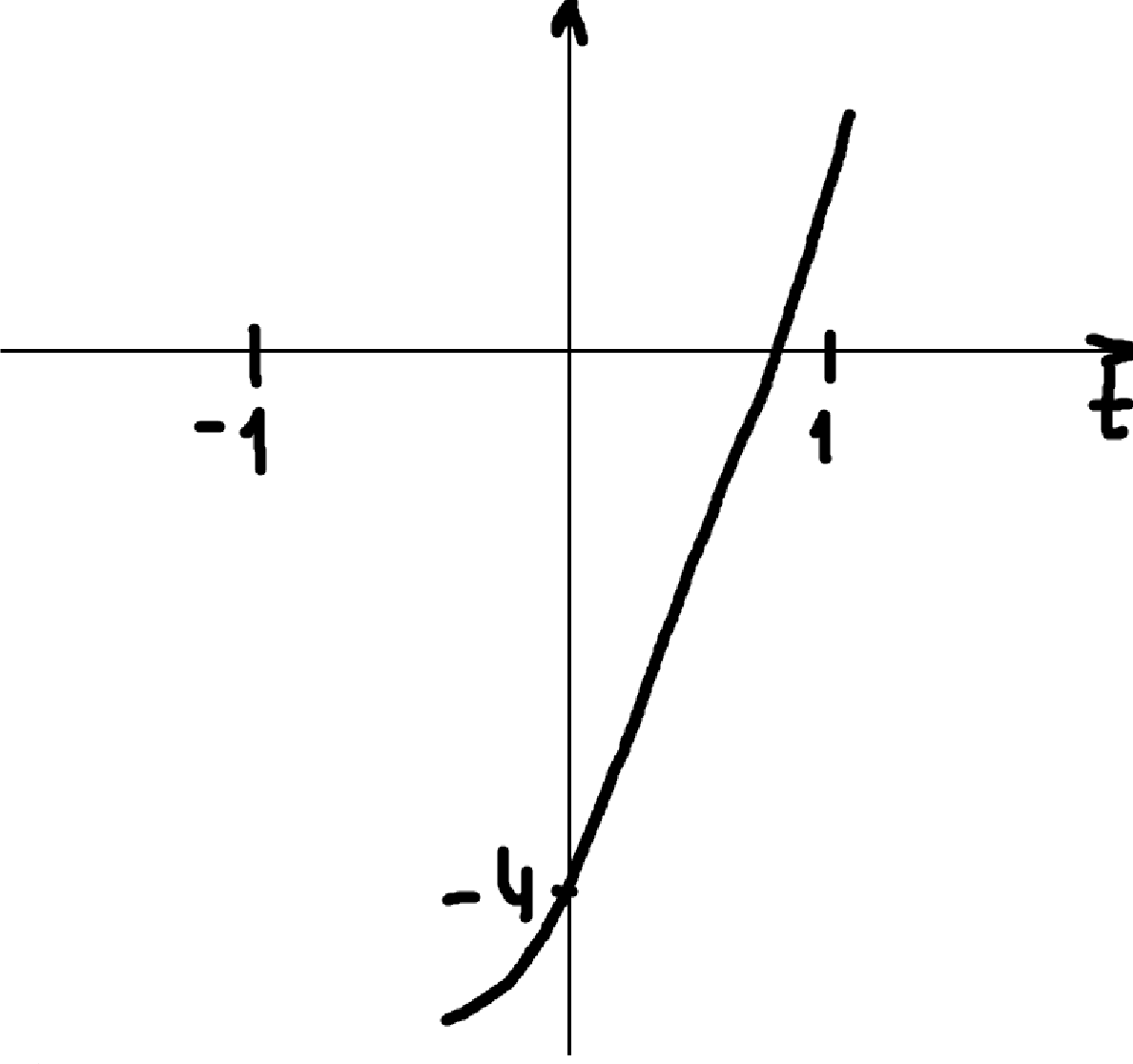
(когда правая ветка параболы проходит через t = 1 или выше этой точки)

Проходит через точку (0; —4)

1 случай, при котором будет хотя бы одно решение, попадающее в отрезок [— : ]

(когда левая ветка параболы проходит через t = —1 или выше этой точки)

|  |  |
| --- | --- |
| значений а, отличающееся от искомого конечным числом  точек |  |
| С помощью верного рассуждения получены все граничные  точки искомого множества значений а | 2 |
| Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого  множества значений а | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев,  перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | 4 |

f(l) й0

1 -b 2 -F Зп — 4 й 0

Зп й 1

1

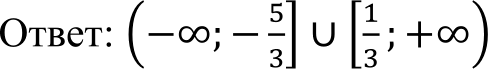


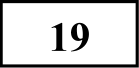
3 случай (когда парабола стартует из точки (0; —4))

Не подходит, т.к. наша парабола имеет коэффициент п = 1

такая парабола пересечёт ось *Ох* в точках х = +2, т.е. решений на нужном нам отрезке не будет

|  |  |
| --- | --- |
| Содержание критерия | Баллы |
| Обоснованно получен правильный ответ | 4 |
| С помощью верного рассуждения получено множество | 3 |



 На доске написано более 40, но менее 48 целых чисел. Среднее арифметическое этих чисел равно -3, среднее арифметическое всех

TPHEH

положительных из них равно 4, а среднее арифметическое всех отрицательных из них равно -8.

PNOBO HbKI7Ńl lM№

а) Сколько чисел написано на доске?

6) Каких чисел написано больше: положительных или отрицательных?

в) Какое наибольшее количество положительных чисел может быть среди них?

**Решение:**

#### а)

На доске может быть написано:

180101

41 или 42 или 43 или 44 или 45 или 46 или 47 чисел

Пусть

ч„ ч2 , . . ., чр — написанные на доске числа

* •2 nq — написанные на доске положительные числа

2 ., op — написанные на доске отрицательные числа

Допустим на доске написано 41 число: 20 положительных

20 отрицательных

1 ноль

Тогда

1 + 2 + ' ' '

### 41



 20 4

20



’1 **+’2 + ’”+’ 20' 80**

1+ 2+ ”’+ 20 \_ \_ 8

### 20

=>

1 + z + + zo ' 160

Сумма всех положительных + сумма всех отрицательных должны равняться сумме всех чисел

Очевидно, что, добавляя одно положительное сумма увеличивается на 4, а добавляя одно отрицательное сумма уменьшается на 8, т.е. шаг равен 4

=>

сумма чисел также должна быть кратна 4



количество чисел на доске также должно быть кратно 4

=>

на доске 44 числа

6)

На доске написано 44 числа

### 2 =—з

44



чё -1- ч2 + --- + ч44 = 132

Допустим среди 44 чисел: 20 положительных

20 отрицательных

4 нуля

1 2‘ ‘ ’ 20 4

20

’1 +’2 + ”’+’20' 80

°і + °z + ”’+ 20 8

### 20

О **-F O2+ ”’+ ° 2o —** 160

=>

Текущая сумма -80 (нужно изменить сумму на -52)

TPHEH

Допустим среди 44 чисел: 15 положительных

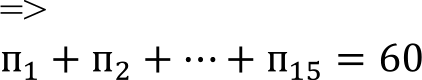
25 отрицательных

4 нуля

PNOBO HbKI7Ńl lM№

1 2‘ ‘ ’ 1 5 = 4

15



О **-h O2** + -- +

25



о/ -1- o2 -1- --- -1- о// = —200

=>

Текущая сумма -140 (нужно изменить сумму на +8)

Допустим среди 44 чисел: 17 положительных

18010

25 отрицательных

2 нуля

1+ 2+ ”’+ 17 \_

4

17



' 1 +’2 + ”’+’17 - 68

1+ 2 + ' ' ' ” 2' = —8

25



О **-h O2+ ”’+ 25- —200**

Текущая сумма -132 (подходит)

Запишем все возможные комбинации: 1

17 положительных

25 отрицательных

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| балл) результаты | | | | |  |
| Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1  балл) результатов | | | | | 3 |
| Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1  балл) результатов | | | | | 2 |
| Верно получен один из следующих результатов:   * обоснованное решение п. а; * обоснованное решение п. 6; * искомая оценка в п. в; * пример в п. в, обеспечивающий точность предыдущей оценки | | | | | 1 |
| Решение не соответствует  перечисленных выше | ни | одному | из | критериев, | 0 |
| *Максимальный балл* | | | | | 4 |

2 нуля

2

15 положительных

TPHEH

24 отрицательных

5 нулей

3

13 положительных

23 отрицательных

8 нулей

PNOBO HbKI7Ńl lM№

4

11 положительных

22 отрицательных

11 нулей

5

9 положительных

21 отрицательных

14 нулей

6

7 положительных

20 отрицательных

17 нулей

7

5 положительных

18010

1. отрицательных
2. нулей

8

3 положительных

18 отрицательных

23 нулей

9

1 положительных

17 отрицательных

26 нулей

В любом варианте больше отрицательных

Наибольшее количество положительных в варианте №1

Ответ: а) 44, 6) отрицательных, в) 17

|  |  |
| --- | --- |
| Содержание критерия | Баллы |
| Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 | 4 |