BAPHAHT 1O

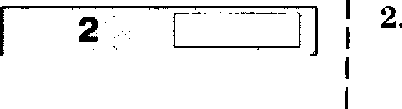


Ответом к заданиям 1—12 явлRется целое число или конечнаR десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в бланк ответов N. 1 справа от номера соот- ветствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужНО.

 Часть 1

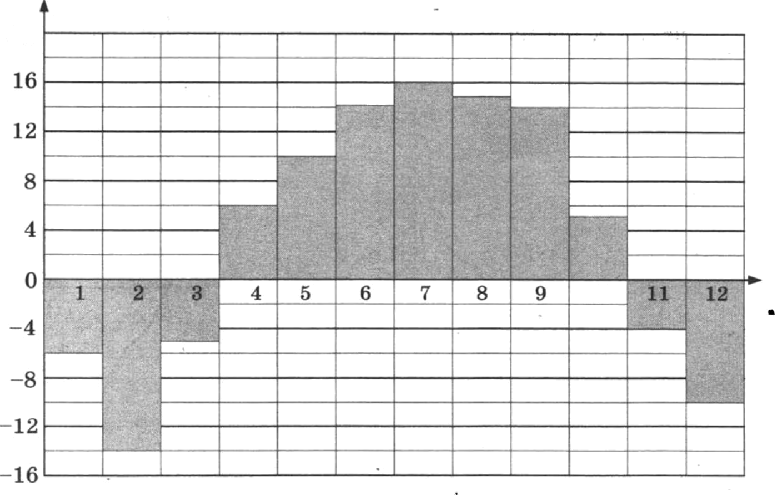
##### В розницу один номер еженедельного журнала «Репортаж • стоит 26 py6., а полугодовая подписка на этот журнал стоит 590 py6. 8a

полгода выходит 25 номеров журнала. Сколько рублей сэкономит Иванов за полгода, если не будет покупать каждый вомер журна- ла отдельно, а оформит подписку?

На диаграмме показана средняя температура воздуха в Нижнем Новгороде па каждый месяц 1994 года. По горизонтали указыва- ются номера месяцев, по вертикали — средняя температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было ме-

 сяцев с отрицательной средней температурой в **1994 году**

##### в Нижнем Новгороде.

 20



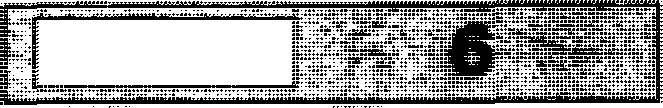
##### На клетчатой бумаге с размером клетки 1х1 отмечены точки А, *В*

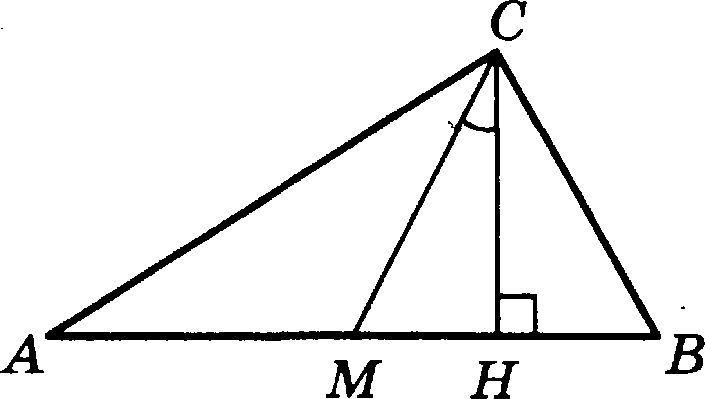
и С. Найдите расстояние **от точки** А до прямой *BC.*

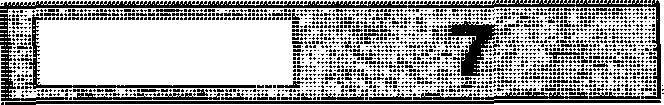
|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

##### 4. В случайном эксперименте симметричную монету бросают четы- ј режды. Найдите вероятность того, что орёл выпадет ровно три

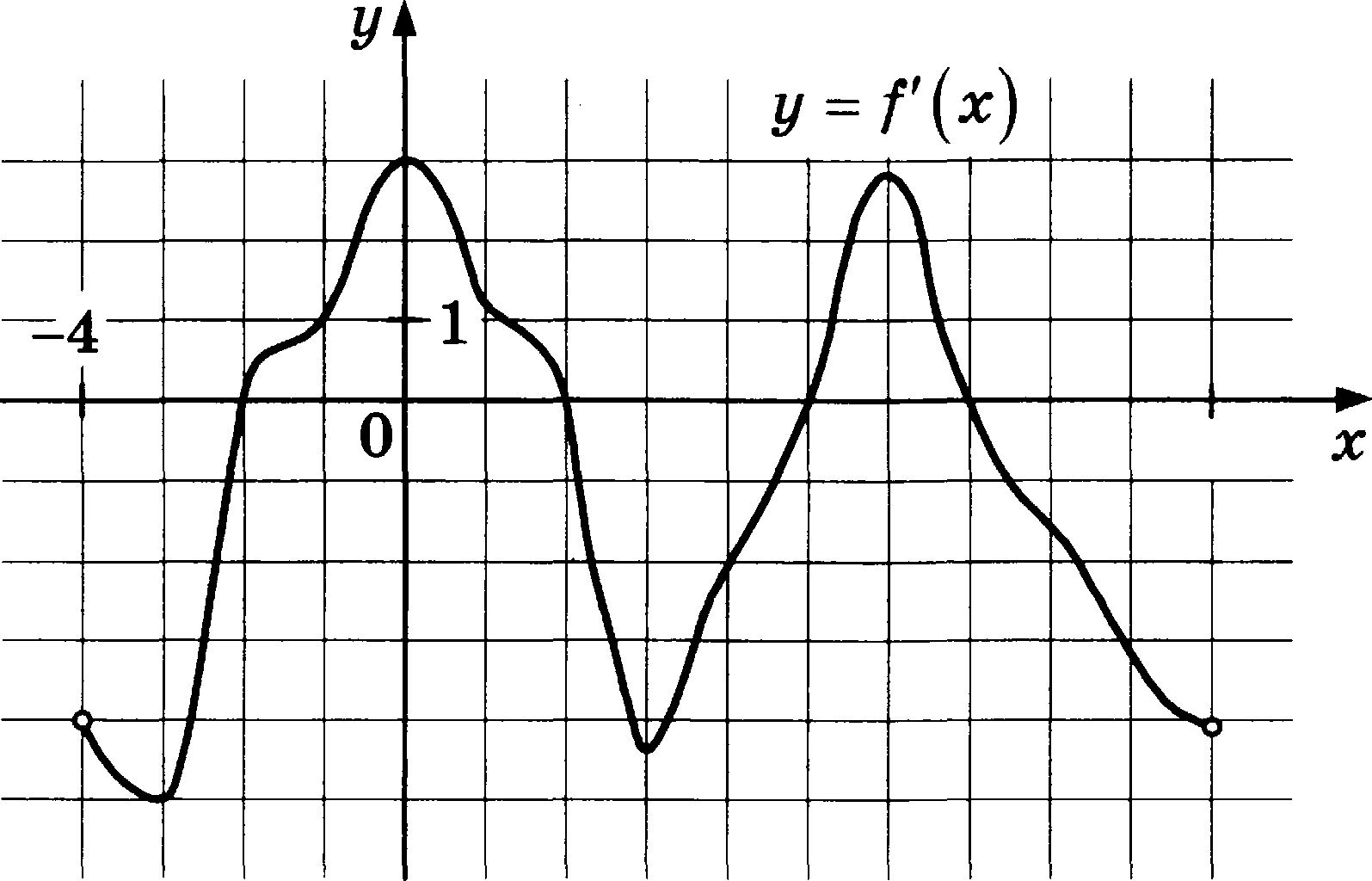
Найдите **корень** уравневия log (2 — т) = 2. 

6. В прямоугольном треугольнике угол между высотой и медиавой,  проведёнными из вершины прямого угла, равен 28°. Найдите боль-

ший из острых углов этого треугольника. Ювет дЫте в градусах. Ј

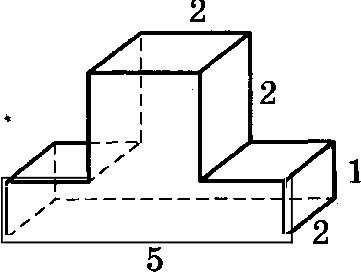
На рисунке изображён график у = /’(т) — производной функции Ј 

/(т), определённой на интервале (—4; 10). Найдите количество то-

чек, в которых касательная к графику функции /(т) параллельна прямой у = —2т + 16 или совпадает с ней.

## 10

#### Найдите объём многогратника, изобратённого на рисунке (все двугранныеуглыпряные)



**9асть** 2

##### 9. Наидите значение выражения

4 cos 146° еов S4°

##### Для определение эффективнои температуры звёзд испольауют за- ков Стефана—fiольцмана, согласно которому мощность излучения

нагретого тела *Р,* измеряемая в **ваттах,** прямо пропорциональна площади его поверхности и **четвёртои степени температуры:**

*Р* —— c H7’4 , где с = 5, 7-10 8

Вт 4 — **МОСТОЯННВЯ, МЛОГЦ Ь И3Me-**

*м*'

ряетея в **квадратных метрах,** а температура 7’ — в градуеах Кель- вина. **Известно, что некоторая** звепда имеет площадь

##### 1

256

**10'l** м' , а излучаемая ею мощность *Р* равна 5, 7-10" Вт.

**Определите температуру** этой звезды. **Ответ выразите** в градуеах

#### Еельвина.

##### Игорь и Паша могут покрасить пабор за 30 часов. Паша и Володя могут покраеить этот же забор за 36 часов, а Володя и Игорь — за

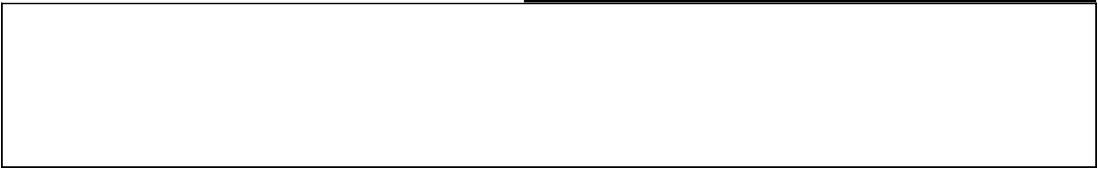
45 чаеов. 8а сколько чаеов мальчики покраеят забор, работая

**втроём?**

 Наидите точку минимума функции у = т 2 — 14a + 20 ln т — 6.

##### Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.



14.

Для записи решений и ответов на задания 13—19 используйте блйнк ответов N°. 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

15.

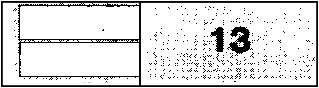
16.



18.

19.



а) Решите уравнение 2 siп 4 т + 3 cos 2т + 1 = 0 .

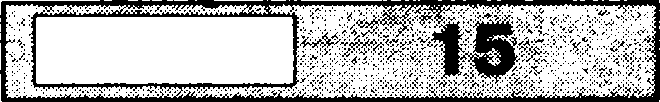
6) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку 

###### Площадь боковой поверхности правильной четырёхугольной пи-

рамиды *ISABCD* с основавием *ABCD* **равна 108,** а площадь полнои  поверхности этой пирамиды **равна 144.**

а) Докажите, что угол между плоскостью ВAC и **плоскостью,** проходящей через вершину Л этой пирамиды, середину стороны AB и **центр основания, равен 45°** .

6) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью *SAC .*

Решите неравенство 7' 2 \_ )lп 7 

2 < (

##### Медианы AAi. *BBi* и СС треугольника ВВС пересекаются в точ- ке *М.* Точки $z. *By* и Cz — середины отрезков *MC, MB* и *MC* соот- ветственно.

а) Докажите, что площадь шестиугольника AiB *С Я В С* вдвое меньше площади **треугольвика** ABC.

##### 6) Найдите сумму квадратов всех сторон этого шестиугольника, если известно, что AB = 5, *BC ——* 8 и CC = 10.

1 **января 2015 года Александр** Сергеевич взял в банке 1,1 млн  рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая — 1-ro числа

##### каждого следующего месяца **банк** начисляет 1 процент на остав- шуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 1% ), затем Алек- сандр Сергеевич переводит в **банк** платёж. На какое минимальное

количество месяцев Александр Сергеевич может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более **275 тыс. рублей? **

Найдите все значения о, при каждом из которых уравнение )т — o 2 +

+ о + 2) + )т — o 2 + Зо — 1) — 2o — 3 имеет **корни,** во ви один из них не принадлежит интервалу (4; 19).

Возрастающая конечная арифметическая прогрессия состоит из различных целых неотрицательных чисел. Математик вьгчислил разность между квадратом суммы всех членов прогрессии и сум- мой их квадратов. іЗатем математик добавил к отой прогрессии следующий её члев и снова вычислил такую же разность.

а) Приведите пример такой прогрессии, если во второи раз раз-

ность оказалась на 48 больше, чем в первыи раз.

6) Во второй раз разность **оказалась на 1440 больше,** чем в первый раз. Могла ли прогрессия сначала состоять из 12 членов?

в) Во второй раз разность оказалась на **1440 больше,** чем в первый раз. Какое **наибольшее количество членов** могло быть в пporpec- сии сначала?

BapnaHT 10

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 60 | 5 | 4 | 0,25 | —7 | 59 | 4 | 18 | —4 | 4000 | 24 | 5 |

|  |  |
| --- | --- |
| 13 | a) 3n . 5n  2 + 2 2 |
| 14 | 6) 36 |
|  |  |
| 16 | 63  2 |
|  |  |
| jg | 1, S z o z 3; ‹i ? 6 |
| 19 | a) 1, 2, 3; 6) men; B) 8 |

# РЕШЕННЕ ЗАДАННН

Вариант 1O

Часть 2

1. а) Решите уравнение 2 sin4 т + 3 cos 2т + 1 = 0 .

6) Найдите вее корни этого уравнения, принадлежащие отрезку [п; 3s].

##### Ретевие.

а) Воепользуемея формулой

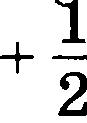
Из неё следует, что sin4

4

1—cos2m

##### 2

2 2т — 2 cos 2т + i) .

Поэтому уравнение можно преобразовать так:

1 cos 2 2s — cos 2s

2

+ 3 eos 2т + 1 = 0 ;

eos2 2т + 4 eos 2т + 3 = 0.

Сделаем замену t = eos 2т . Получим

t' + 4t + 3 = 0 ;

t = —1 или t = —3 ;

eos 2т = —1 или eos 2т = —3 .

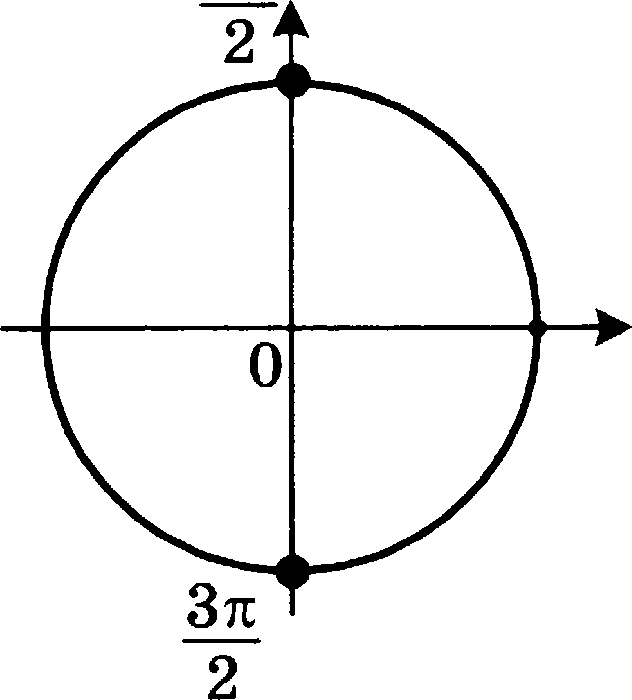
Уравнение eos 2т = —3 не имеет решений. Из уравнения eos 2т — —1 получаем

##### 2т = п + 2пв в с Н , \_ + gq п с Н

2

6) При помощи тригонометричеекой окружноети отберём корни, принадлежащие за- данному **отрезку.**

5к





2 " 2

**Ответ:** а) 2 + кп , п е Z ; 6)

##### 2 2

1. Площадь боковой поверхности правильной четырёхугольной пирамидія *S!ABCD* с осно- ванием *ABCD* равна 108, а площадь полной поверхности этой пирамиды **равна 144.**

а) Докажите, что угол между плоскостью *SAC* и плоскостью, проходящей через вершину S этой пирамиды, середину стороны ТВ и центр основания, равен 45° .

6) Найдите площадь лечения пирамиды плоскостью ЅЛС .

Ревіевие.

Іlлощадь основания пирамиды равна **144** — 108 = 36, поэтому ТВ = 6.

ОГЦ **b КОВОЙ ГQ8НИ ДАНА**

### 108 =2T.

##### 4

Пусть *SIM —* высота грани SAB. Тогда S, = sм ав *—— ISM - 8 —— 27,* поэтому *!ЅМ —— 9.*

2

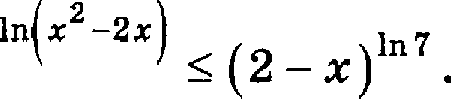
а) Пусть *ISH — вшсоzь* пирамиды. Тогда *Н —* середина основания пирамиды. Значит, *SIH —* прямвя, по которой пересекаются данные плоскоети. Прямая *SIH* перпевдикулярна любой прямой, лежащей в плоскости осяовапия пирамиды, в том числе и прямым AП и *MH.* Значит, угол между плоскостями *tSAC* и S fH — это угол *AHM,* которъій равен 45° .

6) Имеем *SIH* = *ISM 2 —* fII 2 = = 62 .

## ’ С =62.332 =36.

### 2

##### Ответ: 6) 36.

1. Решите неравенство 7

**Ретевие.**

Преобразуем неравевство:

2

in 7 ln $(2 — z)"’ ;



##### откуда получаем, что —1 z < 0

in z 2 — 2z) й ln (2 — z) ;

0<m —2хй2—х',

z *—* 2x > 0,

*(х - 2)(х* + 1) 0,

##### Ответ: —1; 0) .

1. Медианы . *BB п* треугольника ВВС пересекаются в точке *М.* Точки *Az, B2*

C — середины отрезков *МА, MB н MC* соответственно.

##### а) Докажите, что площадь шестиугольника *АіВзС А 2В*l+ *z* вдвое меньше площади тре- угольника ABC.

6) Найдите сумму квадратов всех сторон этого шестиугольника, если известно, что ТВ = 5, *BC ——* 8 и CC — 10.

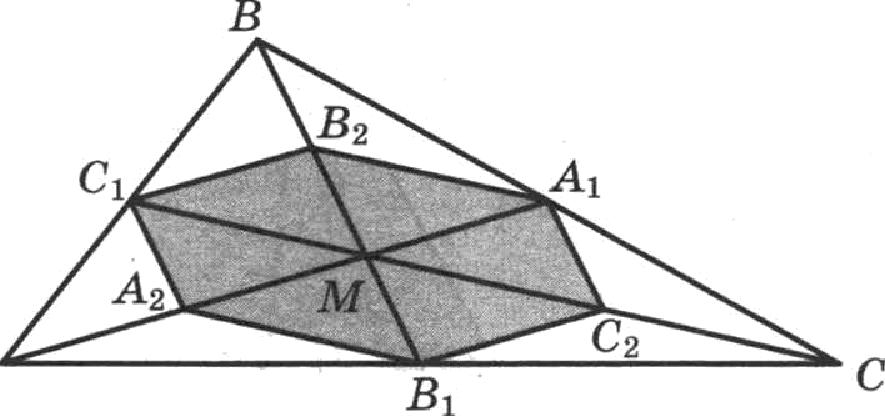
Решевие:

а) Площадь треугольник а *А, fB 2* в два раза меньше площади треугольник а *А MB,* поскольку *MB ——* 2MB 2 а высота, проведённая из вершины *А ,* у этих треугольник ов общая:

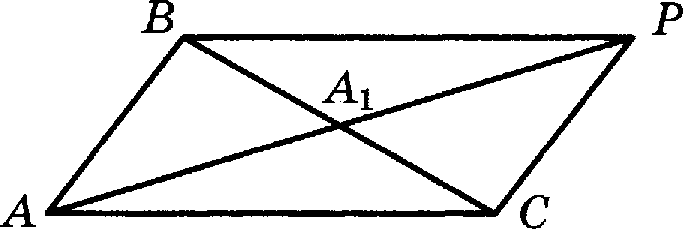


Складывая эти равенства почленно, получаем

вс ' 2 ,в,щс,g •

*А *

##### 6) Обозвачим дливы сторон *BC,* CC, ТВ треугольника ABC через п, b, с.



Докажем, что квадрат медиавы A4, равен

1 (2b’ + 2c’ — в').

4

Для доказательства на продолжении отрезка АА, за точку отложим отрезок Р —— Получим параллелограмм ACPB со сторонами CC = *PB —— 6* и AB = CP — с и диагоналями *BC —— а 2АА .* Сумма квадратов диагоналей параллелограмма равна

сумме квадратов его сторон:

26' + 2c' — o 2 + 4 , откуда ААА — 1 (2d' + 2c' — )

##### 4

Аналогичво доказывается, что *ВВС’ ——* 1 $2в 2 + 2c' — b’ , а CCj Отреоок Себя — средняя линия треуголъвика AB I,

4

4

1**(2в2** + 2b’ — г•) .

1 1

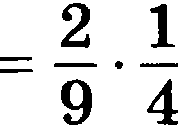
### 2

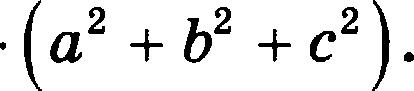
Рассуждая **аналогично, мы получим, что стороны шестиугольника** втрое меньше меди-

**ав треугольника** ВВС: *BACK= С =* 1 квадратов **сторон шестиугольника равна**

1 СС . Следовательно, сумма

2 - *B,C'z + щс,’ + щв'z) ——*$(жіј + *вв,• +* сс{) =

$26' + 2с2 о' + 2o' + 232 32 + 2o' + 26' — с' )

1 з (о +Ь +с) 1

##### 18 б

**Подставляя** в эту формулу **дливы стороя треугольяика** ВВС, получаем **ответ: сумма**

квадратов сторон шестиугольника равна 63

2

Ответ: 63

2

1. 1 яяваря 2015 года Александр Сергеевич взял в бавке **1,1 млн** рублей в кредит. Схема выплаты **кредита** следующая — 1 числа каждого следующего месяца **банк начисляет** 1 процент на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг ва 1% ), затем Алек- сандр Сергеевич переводит в баяк платёж. На какое минимальяое **количество месяцев** Александр Сергеевич может взять кредит, **чтобы ежемесячные выплаты были не более** 275 тыс. рублей?

Ретевне:

Паметим, что за 4 месяца Алексаядр Сергеевич вывлатит 1,1 мля рублей. Таким образом, он не покроет долг с процентами.

Каждый месяц долг увеличивается не более, чем ва 1 100 000 0,01 — 11 000 рублей. Пначит, за пять месяцев Александр Сергеевич должев будет выплатить не более 1 100 000 + 5 11 000 = 1 155 000 рублей, что менее яем 5 - 275 000 = 1 375 000 рублей. Таким образом, Александр Сергеевич сможет выплатить кредит за 5 месяцев.

Ответ: 5.

1. **Найдите все значения** о, при каждом яз которых **уравнение**

т — о' + о + 2 + z — о' + Зо — 1 = 2o — 3 **имеет корни, во ни одив из них не принадлежит**

ивтервалу (4; 19).

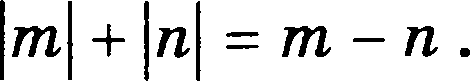
Ретевне:

###### Разность выражений, стоящих под знаками модуля, совпадает с правой частью уравнения:

$т — n 2 + За — 1) — $к — п' + а + 2) = 2a — S .

##### Сделаем замеяу: m — т o2 + Зо — 1, п = т — о' + о + 2 .

**Тогда уравнение примет вид:**



ЭТO ЈЗЯВНОСИЛЬВО СЛОВИЮ П Й () Й Ш . ОЛ I1£IM

## х — о' + о + 2 ? О ? х — о' + Зо — 1 ;

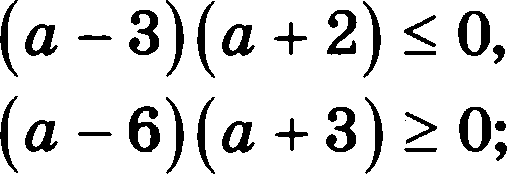
о' — Зо + 1 ? х :й о' — о — 2.

Уравнение имеет корви, ни один из которых ue **принадлежит интервалу (4; 19), только** если правая граница отрезка решений ве больте 4 или левая граница не меньше 19. Получаем

##### о' — Зо + 1 й о' — о — 2, о' — о — 2 4,

о' — Зо + 1 й **19;**

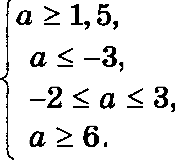
o й 1, 5,



2o ?: 3,

о' — о — 6 :к 0,

о' — Зо — 18 ?: 0;



Ответ: 1, 5 й о z 3; о 6.

1. **Возрастак›щая конечная арифметическая прогрессия состоит из различнъіх целъіх неот- рицательяъіх** чисел. Математик **вычислил разность** между квадратом суммъі всех чле- нов прогрессии и суммой их квадратов. Затем математик добавил к **отой прогресеии** следуяэщий её **член** и свова вычислил такуяэ же разность.

##### а) Приведите пример такой прогрессии, если во второй раз разность оказалась на 48 больте, чем в первый раз.

6) Во второй раз разность **оказалась на 1440 больше,** чем в первый раз. Могла ли npo-

**грессия сначала** совтоять из 12 членов?

в) Во второй раз **разноеть оказалась на 1440 больте,** чем в первый раз. Какое наиболь- шее **количество членов могло бъіть в прогреееии сначала?**

##### Ретевие.

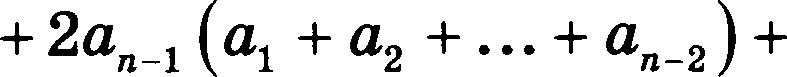
а) Пример: 1, 2, 3. Развоеть квадрата суммы и суммъі квадратов равна 36 — 14 = 22. Если добавить число 4, то разноеть будет **равна 100** — 30 = 70, ято ровво на 48 больте, чем было.

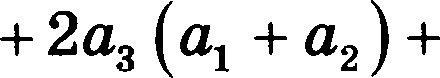
6) Обозначим **членъі прогреееии** oн , о \*’ ‘’\*‘п- **Тогда разность, въічисленная математиком**

в первъій раз, равна



= 2o,( + 2 +°°°+ п-1)+





Когда к **прогрессии добавили ялев вуд,** , **то выиислеввая** ВО ВТОрой раз раЗВОСТЬ ОТЛИЧІІ-

ется от первой дополниТельвым слагаемым

2в +, (в + a 2

+ ... + ву ) = 2 (в, + *nd)*

**2a,** *+ (п* ) *d п —- (at + nd)(2a + (п —* 1) *d) п ,*

2

*vp,e d —* развость прогрессии.

Из **услоВия следуеТ,** что oн z 0 ïï *d* й 1 , поэтому

(вы+ *nd)* 2a *+ (п —* 1) *d)* п *ïz n 2 (п —* 1) .

#### Получаем неравеяетво

*п’ (п —* 1) й 1440 ,

оТкуда п z 11 . ЗнаЧНТ, 12 членов в начальной прогрессии бЬlть не можеТ.

В) Из раВенства (о, + *nd)* 2a *+ (п —* 1) *d)* п —— 1440 следуеТ, что *п* являеТся делиТелем чис-

ла 1440. ЗначиТ, f2 z 11 .

Если *п ——* 10, получаем

Два + 10d) 2в + *9d) ——*144.

Если *d* й 2 , То левая часТь не меньше чем 90d' й 90 - 4 = 360 > 144 . Следовательно, *d ——* 1 . Получаем уравнение

##### 2в$ + 29в — 54 = 0 ,

которое не имеет целых решений. Если п = 9 , получаеМ

(в, + *9d) (2•* + 8d) = **160** .

Если *d* 2 , То левая Ч&СТь не меньше чем 72d'- й 72 Следовательно, *d ——* 1. Получаем уравнение

##### в' + 13в — 44 = 0 ,

которое не имееТ целых решений.

Если *п ——* 8, получаем:

4 = 288 > 160 .

Два + 8d)(2в + *7d) ——* 180 .

Если *d* й 2 , то левая часть не меньше чем 56d' й 56 - 4 = 224 > 180. Следовательно, *d ——* 1. Получаем уравнение

##### 2в + 23o — 124 = 0 ,

которое иМееТ единственный натуралhН£•Ій корень 4.

ЗнаЧИТ, прогрессия из восьми чисел 4, 5, 6, ..., 11 удовлеТворяеТ условию задачи.

Ответ: а) 1, 2, 3; 6) **нет; в)** 8.