

# Задача **11.1.** Разъезд автомобилей.

Два автомобиля движутся равномерно по взаимно перпендикулярным шоссе. Скорость первого автомобиля равна u, а скорость второго — 2г. Найдите наименьшее расстояние между автомобилями, если в некото-

рый момент времени первый автомобиль находился на расстоянии L от 3L

перекрёстка, а второй — на расстоянии ЗА (см. рис. 11.1).

# Ответ: й/ . *L*

**Решение:** *Способ 1.* Запишем уравнения движения для обоих автомо- билеи:

*s (t) = L — vt, s (t)* = 3L — 2гг.

Рис. 11.1.

По теореме Пифагора расстояние между автомобилями в момент времени *t* задаётся формулой

 = (А — rr)' + (3L — 2гi)2 = 5r  — 14Ari + 10a'.

# Чтобы найти минимальное значение этого выражения, вычислим производную и приравня-

ем её нулю:

# (5v *t’ —* 14Ari + 10a')' = 10r'r — 14Lr = 0 щ rg, =

Подставляя наиденное время в выражение для квадрата расстояния, получаем



# Критерии:

Записано уравнение движения первого автомобиля . . . . . 1 балл Записано уравнение движения второго автомобиля . . . 1 Оалл Записано выражение для расстояния между ними . . . . . . . . . 3 балла Наиден момент времени наибольшего сближения . . . . 3 балла Наидено минимальное расстояние . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла



Рис. 11.2.

*Способ 2.* Перейдём в систему отсчёта одного из автомобилей, например, автомобиля, нахо- дящегося на расстоянии ЗА от перекрёстка. В этом случае другой автомобиль будет двигаться

# вдоль прямой, изображённой на рис 11.2. Минимальное расстояние между автомобилями —

расстояние х от покоящегося автомобиля до данной прямой. Из рисунка следует, что



Так как tgз = 2, то cosз = 1/ . Исходя из этого, получаем



**Критерии:**

Совершен переход в систему отсчета одного из автомобилей . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла Изображена траектория движения другого автомобиля . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла Наидены углы (или тригонометрические функции углов) . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла Указано, что является минимальным расстоянием . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла

Найдено минимальное расстояние . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла



Задача **11.2. Натяжение нити.**

Систему из двух грузов массы mi = 1 кг и m = 1,5 кг, связанных нитью, тянут с противопо- ложные стороны с силами*i i* = 10 Н и Ј, = 20 Н (см. рис. 11.3). Найдите силу натяжения нити *Т,* если коэффициент трения обоих грузов о поверхность равен р = 0,3. Ускорение свободного

падения принять равным 10 м/с'.



Рис. 11.3.

# Ответ: 14 Н.

**Решение:** Пусть п — ускорение системы. Максимальное значение силы трения равно p(nt +m2)g = 7,5 Н, равнодеиствующая сил *F,* и *F* равна *F — F, ——* 10 Н. Так как *F — F* > y(m,+

*+ т )g,* система грузов не находится в покое, т. е. в Ј 0. Ускорение грузов равно

*р F — F — у(т+• )g —* i м/с'

m + m2

Рассмотрим теперь силы, приложенные к одному из грузов, например, к первому. По 2-ому закону Ньютона



# Критерии:

Показано, что система движется . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла Наидено ускорение системы . . . . . 3 балла Записан 2-и закон Ньютона для одного или обоих грузов . . . . 3 балла Наидена величина силы Т . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла

Задача **11.3. Поршенъ** в сосуде.

Прямоугольныи сосуд длинои 2 м и высотои 1 м с непроницаемыми стенками разделён на qвe равные части тонким вертикальным подвижным поршнем (рис. 11.4). Левая часть сосуда довер- ху заполнена ртутью. В правой части находится воздух при температуре t o — 167 ’С и давлении

*po ——* 550 мм рт. ст. Воздух в сосуде начинают медленно охлаждать.

1. При какой температуре воздуха *T* поршень начнёт смещаться?
2. При какои температуре воздуха Т, поршень сместится на 25 см?

Поршень тепло не проводит. Тепловым расширением стенок сосуда и трением прене0речь.

нg х *gl*

Рис. 11.4.

Ответ: *To* = 400 К; *T ——* 192 К.

**Решение:** Так как газ в правои части сосуда охлаждают медленно, можно считать, что пор- шень всё время находится в равновесии. Равновесие поршня подразумевает, что сила давле- ния *Fл,* действующая на него слева, равна силе давления справа *F .* Сила давления справа равна *F —— pS,* где *р —* давление газа, *S* — площадь поршня.

1. Давление ртути линеино зависит от глубины. В случае, когда поршень только начал двигать- ся, давление меняется от нуля до 1000 мм. рт. ст. Сила давления ртути на поршень может быть

наидена как

\_ 0 + 1000 мм. рт. ст. *s.*

Л 2

# Из условия Ј, —J л следует, что поршень начнёт смещаться, когда давление воздуха уменьшит-

ся до *р ——* 500 мм. рт. ст. при неизменном объёме. Температура, при которой это произойдёт,

равна



1. Если поршень сместится на 25 см, длина левой части сосуда станет равна 1,25 м, а длина правой — 0,75 м. В результате объём воздуха уменьшится до 3U /4 (U — начальный объём воздуха). Высота слоя ртути также уменьшится до 0,8 м, поэтому давление ртути меняется от нуля до 800 мм. рт. ст. Найдём силу давления *F :*

0 + 800 мм. рт. ст. 0,85,

2

где множитель 0,8 появляется из-за того, что площадь контакта слоя ртути и поршня уменьша- ется пропорционально высоте этого слоя. Из условия *F —— F* следует, что давление воздуха в этом случае равно

*р —— F ——* 320 мм. рт. ст.

*—‘*

Используя уравнение Менделеева-Клапеирона, находим температуру воздуха в правой части сосуда:

# Критерии:

*Pi о* \_ *р* • 3 o'4





# = 192 К.

Написана сила давления на поршень в первом случае . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла Найдено давление воздуха в первом случае . . . . . . . . 1 балл Найдена температура i i . . . . . . . . . . . . 1 балл

Наиден объём воздуха во втором случае . . . . . . . 1 балл

Наидена толщина слоя ртути во втором случае 1 балл Написана сила давления на поршень во втором случае . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла Найдено давление воздуха во втором случае . . . . . 1 балл Найдена температура Т . . . . . . . . . . . . . . . . . 1 балл



Задача 11.4. **Опасная кормушка.**

Голубь ходит по платформе-кормушке в форме равностороннего треугольника, длина стороны которого п = 180 см. Платформа одной сторонои прикреплена к стене шарниром, а противо- положнои вершинои подвешена на нити к гвоздю (на рис. 11.5 изображён вид сбоку). Длина нити равна L = 1,8 м, масса голубя — m = 0,3 кг, масса платформы — if = 1,2 кг. На каком максимальном расстоянии *d* от стены может безопасно находиться голубь, если гвоздь можно вытащить, приложив силуЈ = 10 Н перпендикулярно стене. Считать, что сила трения между гвоздем и стенои практически не зависит от направления силы, с которой вытаскивают гвоздь из стены. Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с'.



Рис. 11.5.

# Ответ: 0,92 м.

**Решение:** Центр масс кормушки находится в геометрическом центре равностороннего тре-

угольника, то есть на расстоянии *а* от его сторон. Так как, по условию, L = в, а высота рав-

ностороннего треугольника — в /2, угол между нитью и стеной равен 60’. Пусть Т сила натяжения нити. Запишем правило моментов относительно шарнира (см. рис. 11.6a):

*а*

4 *+ mgd.*

Гвоздь выйдет из стены, если проекция силы натяжения Г на направление, перпендикулярное стене, превзойдет *F* (см. рис. 11.66). В предельном случае

*F —— Т* sin 60’ = 2

60'

60'

6

Рис. 11.6.

Подставляя это в предыдущее уравнение, получаем

*Fa М ga + mgd N d ——*

*F —* < 0,92 м.

Критерии:

2 23

2mg

Наидено положение центра масс кормушки . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла

Наидена связь между Т и *F* . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла Записано правило моментов относительно шарнира . 3 балла Наидено расстояние *d . . . . . .* 3 балла



# Задача **11.5.** Цепь с заземлением.

В цепи, изображённой на рис. 11.7, ЭДС батареи равна Р, а ёмкости конденсаторов — С и 2C. Первоначально ключ находится в положении «1», правый конденсатор разряжен, и токи в цепи не текут. Какими станут заряды обоих конденсаторов, если ключ переключить в положение

«2»?

2C

Ответ: *go —— С Р 3, g c ——* 2CW/3.

Рис. 11.7.

**Решение:** Когда ключ находится в положении «1», заряд левого конденсатора равен g =

= *CC.* При переключении ключа в положение «2» заряд перераспределяется между обоими конденсаторами. Пусть на правой обкладке конденсатора ёмкостью С останется заряд *qc ,* а на левой обкладке второго конденсатора появится заряд g ц. Тогда *qc+ Ч с — Q.* Так как оба конца получившеися цепи заземлены, то сумма напряжений (с учётом полярности) на конденсаторах

равна нулю. Из этого следует, что

Критерии:

*9c 4zc*

*С* 2C

*че ——*

*q С Р* 2CW

i ' з °" ' з

Найден заряд левого конденсатора до переключения . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла Закон сохранения заряда . . . . . . . . . . . . . . . 3 балла Показано, что напряжения на конденсаторах равны по модулю . 3 балла Наидены заряды конденсаторов после переключения . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла

Максимально возможный балл в 11 классе 50