## 1. Минимальный путь

9 класс

Автомобиль, едущий со скоростью во, в некоторый момент начинает движение с таким постоянным ускорением, что за время т пройденный им путь *s* оказывается минимальным. Определите этот путь s.

Возможное решение **Слободянин** В.

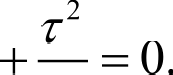
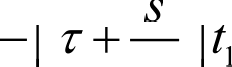
Чтобы путь, пройденный за время т, был минимальным, автомобиль должен начать тормозить. Пусть h — время, прошедшее с момента начала торможения до момента остановки автомобиля. (Вместо ii в качестве параметра задачи можно ввести конечную скорость ci автомобиля). После этого момента автомобиль начнёт разгоняться в обратном направлении. Пройденный путь

# 2 /, 2 2

Преобразуем это выражение к виду 2s/ +(.—.,)

•0

Это квадратное уравнение относительно переменной h. Приведём его к виду

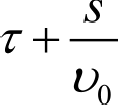


’0

Дискриминант этого уравнения равен

2

2

—(2r)' - ‹ 

0 0

Из анализа первого сомножителя находим, что путь, пройденный за время г, минимален при условии

## Критерии оценивания

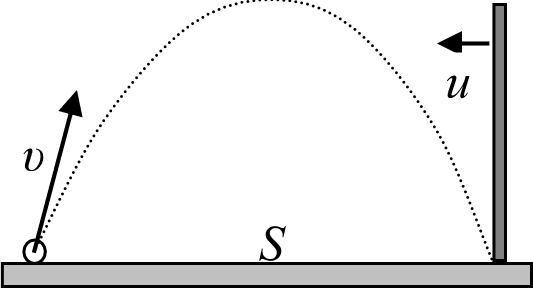
«—(,fi —i)‹»o

1. В результате анализа движения, например, графика u(/), указано на то, что скорость в течение времени г должна сменить знак 2 балла
2. Записано выражение для пройденного пути (через ускорение, или время t1 движения автомобиля до остановки, или конечную скорость o1) 4 балла

2 балла за выражение для пути до остановки и 2 балла - за оставшуюся часть пути

1. В результате решения квадратного уравнения получено выражение для времени i движения до момента остановки автомобиля или для конечной скорости *и* автомобиля
2. Получен окончательный ответ 1 балл

# Отражение в полете

В баллистической лаборатории при проведении эксперимента по изучению yпpyroгo отражения от движущихся препятствий производился выстрел маленьким шариком из небольшой катапульты, установленной на горизонтальной поверхности.

Одновременно из точки, в которую по расчетам должен был

упасть шарик, с постоянной скоростью начинала движение навстречу массивная вертикальная стенка (см. рисунок). После yпpyroгo отражения от стенки, шарик падал на некотором расстоянии от катапульты. Затем эксперимент повторяли, изменяя **только** скорость движения стенки. Оказалось, что в двух экспериментах удар шарика о стенку произошел на одной и той же высоте *h.* Определите эту высоту, если известно, что время полета шарика до отражения в первом случае составило h 1 с, а во втором /з = 2 с. На какую максимальную высоту *И* поднимался шарик за весь полет? Чему равна начальная скорость шарика о, если расстояние между местами его падения на горизонтальную поверхность в первом и втором экспериментах составило *L ——* 9 м? Определите скорости равномерного движения стенки кі и nz в этих экспериментах и начальное расстояние S между стенкой и катапультой. Считайте *g ——* 10 м/с2.

**Примечание.** В системе отсчета, связанной со стенкой, модули скорости шарика до и

после столкновения одинаковы, а угол отражения шарика равен углу падения.

Возможное **решение**

*g2*

Вертикальное перемещение шарика описывается уравнением *h —— о t —*

2

, котоpoe

можно переписать в виде: /2 — 2 /  = 0 (здесь о» — проекция начальной скорости на

# 2

вертикальную ось). По теореме Виета время всего полета *t + t2 ——*

и /,/ = 26 , откуда

высота, на которой произошел отскок *h —— gt,t*2 =10 м и е -*g* ' + 2' =l5 м/с. Заметим что

# 2 2

при отражении от стенки вертикальная составляющая скорости шарика не изменяется, поэтому максимальная высота полета определяется лишь начальной вертикальной

скоростью u и равна *Н ——* •2 \_ *g ‹›+‹›*

2g 8

=11,25 м.

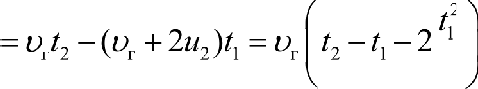
Горизонтальные перемещения шарика и стенки до момента столкновения связаны следующими соотношениями: п,/ = п›'› • •.' = •2'2. так как стенка проходит то расстояние, которое «не успевает» пролететь до падения шарик. Откуда п, = г,/ 2 / I, и

# В момент столкновения шарика со стенкой горизонтальная скорость шарика изменяет свое направление на противоположное и увеличивается на удвоенную скорость стенки (это можно показать, рассмотрев упругий отскок из системы отсчета, в которой стенка покоится). Вертикальная скорость шарика при отражении не изменяется, и дальнейший полет до падения длится столько же времени, как и в отсутствии удара. Тогда проекции перемещения шарика от катапульты до мест падения могут быть найдены по формулам:

  /, — /2 — 2 '2

i

и *L 2*

'2

Здесь за положительное направление принято направление от катапульты к стенке.

/' fz

Расстояние между точками падения равно *L —— L2* — *L, ——* 2п, *t — t, + —’ —'— ,* откуда

*L* 1'2

2 *( t i*+ '2 )' ('2 'I )

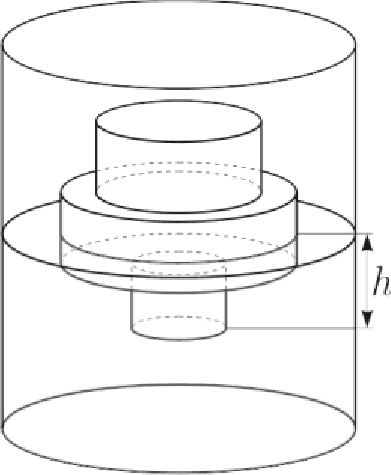
Окончательно u — 323u+, =15 м/с, горизонтальная дальность полета шарика (начальное

расстояние между катапультой и стенкой) fi = г,(I, + f2 ) = 3 м, скорости стенки ві = 2 м/с и пз = 0,5 м/с.

Критерии **оценивания**

* 1. Найдена высота, на которой произошло отражение (в т.ч. число 0,5 балла) 1 балл
  2. Найдена максимальная высота полета (в т.ч. число 0,5 балла) 1 балл
  3. Связь между горизонтальной скоростью шарика и скоростями стенки I балл
  4. Учтено сохранение вертикальной скорости шарика до и после отражения I балл
  5. Определена горизонтальная скорость шарика после отражения 1 балл
  6. Найдены расстояния от катапульты до мест падения шарика 1 балл
  7. Найдено начальное расстояние от катапульты до стенки 1 балл
  8. Найдена начальная скорость шарика 1 балл
  9. Получены численные значения в, S, i, 2 (по 0,5 балла) 2 балла

# Трехцилиндровый

Тело, склеенное из трех соосных цилиндров разного поперечного сечения и разной высоты, погружают в некоторую жидкость и снимают зависимость силы Архимеда N, действующей на тело, от глубины *h* его погружения. Известно, что площадь сечения самого узкого (не факт, что самого нижнего) цилиндра S = 10 см'. Постройте график зависимости *F(h)* и с его помощью определите высоту каждого из цилиндров, площади сечения двух других цилиндров и

плотность жидкости. В процессе эксперимента ось вращения цилиндров оставалась вертикальной, g = 10 м/с2.

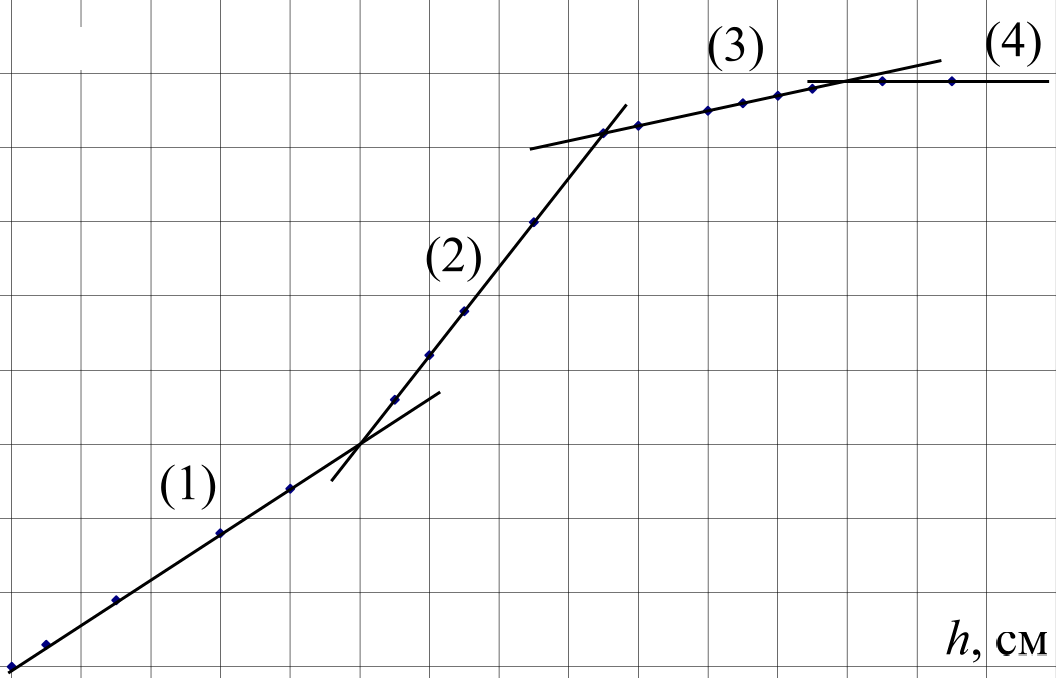
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *h,* см | 0 | 1 | 3 | 6 | 8 | 11 | 12 | 13 | 15 | 17 | 18 | 20 | 21 | 22 | 23 | 25 | 27 |
| а, Н | 0 | 033 | 039 | 1,8 | 2,4 | 3,6 | 4,2 | 4,8 | 6,0 | 7,2 | 7,3 | 7,5 | 7,6 | 7,7 | 7,8 | 7,9 | 7,9 |

Возможное **решение**

График зависимости *F(h)* имеет три излома, которые соответствуют изменению площади сечения тела и полному его погружению. Заметим, что положение изломов находится путем экстраполяции линейных зависимостей до их пересечения (в точках 10 см, 17 см и 24 см),

ПОЭТОМ ОПИ]ЭІІТЬСЯ ТОЛЬЕО Ні1

9

g *F* Н

7



5

4

3

2

1

0

Гордеев 3.

табличные данные при определении высот цилиндров

0 2 4 6 8 10 12 14 16 18 20 22 24 26 28 30

нельзя. В области с *h <* 24 см самый пологий участок графика третий, следовательно, на нем наименьшая площадь поперечного сечения Ѕ. Угловой коэффициент наклона первого участка в три раза больше, следовательно, его сечение 3Ѕ = 30 см'. На втором участке

угловой коэффициент наклона больше в 6 раз, а его площадь сечения 6N = 60 см2. Длины цилиндров 10 см, 7 см и 7 см соответственно. Плотность жидкости можно *hz* СМ

определить, например, по третьему участку: *р —— Sgbh* ——1000 кг/м'.

Критерии оценивания

* Построен график зависимости *F(h)*
* На графике выделено 4 участка
* Экстраполяция участков до пересечения
* Определение длин цилиндров — по 1 баллу за каждое
* Если отклонение менее 1 см, то по 1 баллу

Если отклонение от 1 см до 2 см, то 0,5 балла за каждое

* Определение сечений (по 2 балла за каждое)
* Если отклонение менее 10%, 2 балла за каждое
* Если отклонение от 10% до 20%, 1 балл за каждое
* Если отклонение больше 20%, 0 баллов

1 балл

0,5 балла

0,5 балла

1. балла
2. балла
   * Определена плотность жидкости (если отклонение менее 10%) 1 балл иначе — 0 баллов.

# Два в кубе

Куб собран из одинаковых резисторов сопротивлением Л. Два резистора заменили на идеальные перемычки, как указано на рисунке.

* Найдите общее сопротивление получившейся системы между контактами А и В.
* Какие резисторы из оставшихся можно убрать, чтобы это не изменило общее сопротивление системы?
* Если известно, что через большинство резисторов в цепи течет ток *I ——* 2 А, вычислите силу тока в проводе, подсоединенном к узлу А (или В)?
* Вычислите силу тока, текущего через идеальную перемычку АА’?

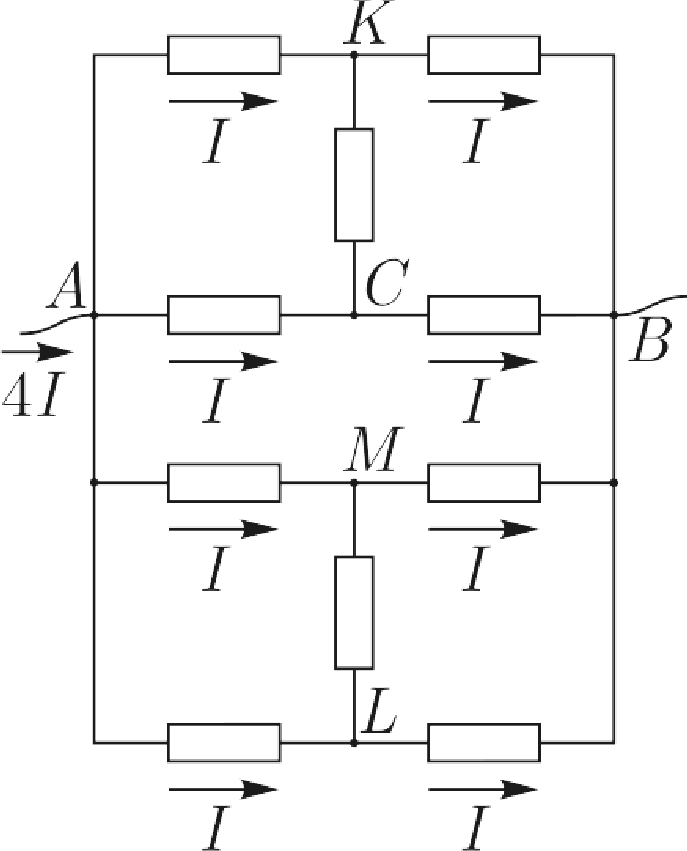
Возможное **решение**

Изобразим эквивалентную схему и расставим токи в ветвях с учетом закона сохранения заряда и закона Ома (сила токов обратно пропорциональна сопротивлениям параллельных ветвей).

Теперь легко дать ответы на вопросы задачи. В силу симметрии схемы, токи через резисторы в ветвях KC и ML не идут. Следовательно, эти резисторы можно убрать, и это не приведет к перераспределению токов в цепи и изменению общего сопротивления, которое равно

**Иванов** М.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *р* | *U* |  | 2fЛ | 1р |
|  | *1* |  | 41 | 2 |

По условию /= 2 А. Следовательно, сила тока, входящего

# в узел А, равна 4/ = 8A. Сила тока через идеальную перемычку АА’ равна сумме токов через резисторы в ветвях А’К и А’М: 2/= 4 А.

## Критерии оценивания

* Правильная эквивалентная схема
* Обосновано отсутствие токов через два резистора
* Найдено общее сопротивление
* Определен общий ток
* Найден ток через перемычку

2 балла

2 балла

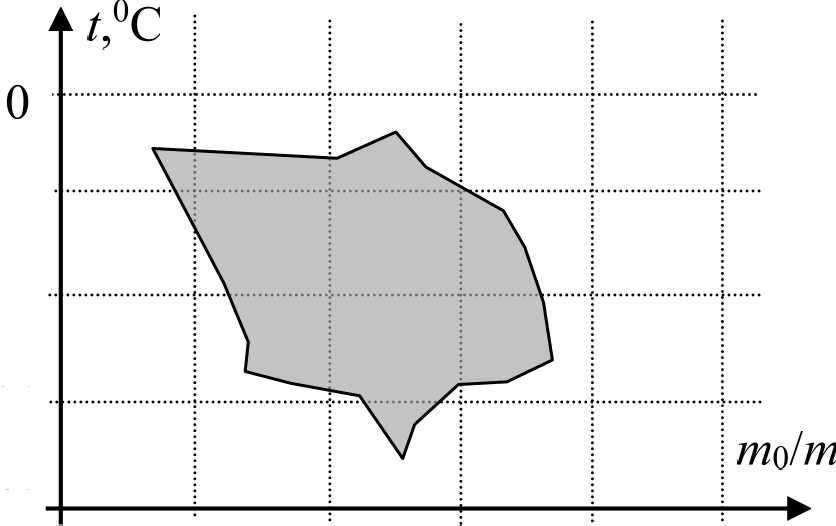
2 балла

2 балла

2 балла

1. Ледяное пятно

Определите, какая максимальная масса ш водяного пара, взятого при температуре l000C, может потребоваться для нагревания льда, находящегося в калориметре, до температуры плавления (без плавления). Точная масса льда и его начальная температура не известны, но эти значения могут лежать в области, выделенной на диаграмме серым цветом. Удельная теплота парообразования *L ——* 2,30 МДж/кг, удельная теплота плавления

-10

# -20

-30

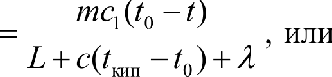
-40

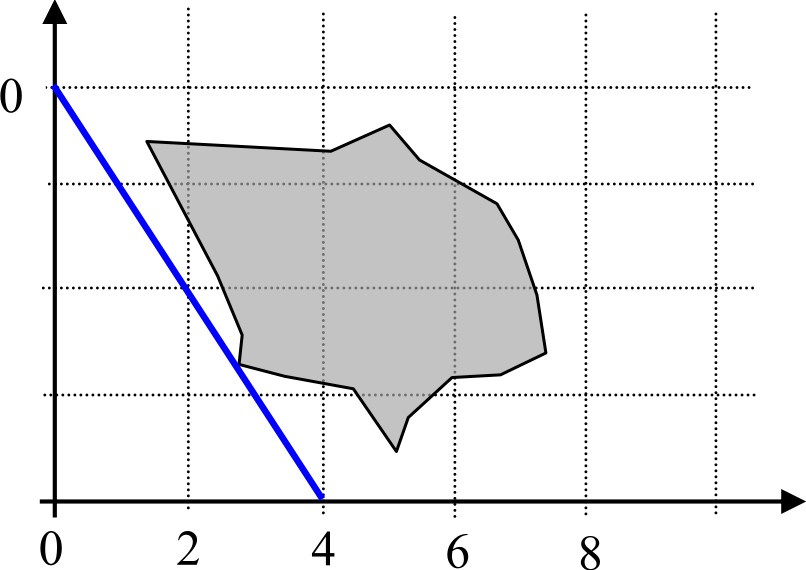
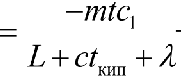
0 2 4 6 8 10

льда Z = 340 кДж/кг, удельная теплоемкость воды с = 4 200 Дж/(кг 0C), удельная теплоемкость льда ci = 2 100 Дж/(кг-0С). Масса льда m на диаграмме приведена в условных единицах, показывающих, во сколько раз масса льда меньше, чем то = 1 кг. Теплоемкостью калориметра и потерями тепла пренебречь.

# Возможное решение Замятнин М.

Запишем уравнение теплового баланса для конденсирующегося (превращающегося в воду) пapa, остывающей и кристаллизующейся воды и нагревающегося льда:

 с учетом того, что

/о OOC, получим: ш  (здесь и далее учтено, что t < 0). Максимальная масса пapa потребуется при максимальном по модулю oc

значении произведения *mt.* Одинаковым

значениям произведения ш/ соответствуют

точки, лежащие на прямых, проведенных из

-10

начала координат. Действительно, для этих -20

прямых выполняется условие / = ‹г 0 , или -30

*т*

*mt ——* ти = consf , где о - угловой коэффициент -40

наклона прямой. Чем больше угол наклона

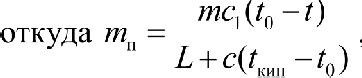
*mo/m*

10

# прямой, тем больше модуль произведения ml. Из графика видно, что для прямой проведенной из начала координат, касающейся области возможных параметров льда и имеющей максимальный угол наклона, значение коэффициента о = —100C. Следовательно, максимальная масса пapa потребуется при значении произведения ш/ = —10 кг 0C. С учетом этого, получим ш» 6,9 г.

Возможно и **иное понимание условия.**

Запишем уравнение теплового баланса для конденсирующегося (превращающегося в воду) пapa, остывающей воды и нагревающегося льда: *т L+ c(t„ to* ' \*i о ›

или с учетом того, что io = OOC, получим: ш, = пёс, здесь и

*L*

далее учтено, что / < 0).

Далее решение совпадает с предыдущей версией. Новый числовой ответ: m» 7,7 г. Словосочетание в условии «может потребоваться» отдает некоторое предпочтение ответу 6,9 г, определяющему нижнюю границу диапазона максимальных масс. Т.е. 6,9 г точно хватит, для реализации условия задачи - это **необходимая** максимальная масса. Все значения лежащие в диапазоне от 6,9 г до 7,7 г являются избыточными, но не противоречащими условию. Во избежание ненужных лингвистических споров, авторы предлагают считать верными оба ответа, соответствующие границам указанного диапазона при наличии аргументированного решения.

Критерии **оценивания**

* 1. Составлено уравнение теплового баланса 2 балла
  2. Правильно указано, при каком условии количество пapa максимально 2 балла
  3. Предложен способ нахождения максимального значения модуля *mt* 2 балла
  4. Правильно проведена касательная к области допустимых параметров льда 1 балл
  5. Найдено значение *mt I* балл
  6. Определена максимальная масса пара 2 балла В п.6 имеет смысл ввести широкие 10% (1 балл) и узкие 5% (2 балла) «ворота», так как при решении обрабатывается графическая информация. Но, за ответы, попавшие в эти ворота при неверных исходных предположениях (п.п. 3-5), баллы ставиться не должны!