TPEHHPOBO VHA9 PA6OTA 6

1. a) Peiu Te ypaauea e $49” )" n

‘

# VacTa 2

— 7 ''••• .

* 1. Hañ,g Te Bee xopax oToro ypaanex e, npxna,gnema e oTpeoxy 2 ; 4u .

Pemeaxe.

* + 1. Mpeo6pasyeM ypaBxea e:

7""°“ = 7 '"" ; 2 sin z cos z = 2 cos z ; cos z $2 sin z — 2) 0 ; cos z = 0 xxx sin z = 2

### 2



6) C iioMo sto ent no on oxpymxoCTii oT6epeM 5<

##### xopHx xaoTpeaxe

; 4<

### 2

us 2

4 4

5r 11r 7r

4

aeM: — ,

### 2

I — • 2

Ozaez: a)

z =—+ ob , z =—+ 2ub , z =

0

### 2

+2z#, áeE; ó) 5< 11< 7<

2 4 4 2 4 ” 2

1. B npaaxm›xoñ Tpeyrom›xoñ n paz ,ge SABC c Bepiuxuoñ 5, Bee pii6pa xoTOpoñ paa i›I 4, Touxa N — cepe,gxiia pe6pa *AC,* Touxa O — peiiTp OciioBaxxn niipaMx,qw, Touxa *P* ,geniiT oTpeaox SO B OTiioiueiixx 3 : 1 , cuxTan oT Bepiiixxi›i nxpaMx,qi›i.

a) ,QoxamxTe, uTo npnMae *NP* nepne ,gxxynnpxa **npnMOÍÍ** *BS!.*

1. Hañ,q Te paccTOn xe **oT TOUKH** *B p,o* **npnMOÍÍ** *NP.*

Pemeeiie:

* 1. Touxa O up nemiiz ozpeaxy *BN,* suaves, rouxa *P, re-* ma ac va ozpeaxe SO, axo,gxTcn B nnocxOCTH *!SBN.* Hoazovy npnMan *PN* co,gepmxTCH B nnocxOCTH *!SBN z* nepecexaeT *!SB* B Touxe K.

*óSNB* paaxo6e,gpeiiiii›iñ, nocxom›xy oTpeaxx *!SN z BN —* Me-

,qiiaiisi o,qiiHauoasix paeuoczopoHHHx zpeyrom›Hxxoa PVC ii

*BAC.* HOaToMy *!SN —— BN.* B Touxe O nepecexaioTce Mepxauni

OCHOBflHIIII, 3Hf1UHT, *ON —— — BN* 1

1

Опустим перепендикуляр из точки *Р* на сторону *SIN.* ПуСть он пересекает *SIN* в точке *М.* Треугольники *SIPM н SINO no-*

добны, поэтом

Значит, *PM ——*

####  *ISP SIN*

*PM ON*

 *—— PO .* Следовательно, треугольники *NPO*

*н NPM* равнія и *PN —* биееектриса угла *SINB.* В раанобед- ренном треуголі›нике бисеектриеа является медианоіі и вы- еотоіі. Значит, *NK L BS! .*

6) Так как *BSl* пероендикулярно *NK, zo* искомое расстОяllие равно длине отрезка *BK.*

Так как *NK* является медиааой треугольиика *SINB,* то *BK —— *

## 2

Отает: 2.

1. Ре тите вepaaellcтBO 23 8s <

2

### Pemeaнe.

Преобраауем неравеаство:

2x—8 —i , 0 ;



Отйет: (— m; 0) , li 7) .

1. Две окружвости касаются ввутрепаим образом. **Третья окруяtаость касается** первых двух и их лияии цеатров.

а) Докажите, что периметр треуголі›ника е вершинами в центрах трёх окружностеіі равен ,qиаметру наибольніеіі из этих окружноетеіі.

6) Наіідите радиуе третьей окружноети, если известно, что радиусы первых двух рав-

ны 6 и 2.

##### Реюеане:

а) Нусть AB — диаметр большей иа трёх окружно- стей, О — её в;ентр, О, — в;ентр окружности радиуса *г,* касаю ейся окружности с диаметром AB в точке *А,* A2 — в;ентр окружности радиуса ft, касаю ейся ок- ружности с диаметром AB в точке С, окружности с в;ентром О, — в точке *D,* отреака AB — в точке *Е.* **Точки** О. Oc и С лежат на одвой прямой, поэтому ОО = OC — О С = OC — ft . • **Аналогично**

ОО = OН — Otu —— OН — *г н* i z i D + О *D* —— *г* + ft .

Следовательно, периметр треугольника OO,O paaea

i + z + i z ' *OA* — *г* + OC — ft + *г* + ft = *OA* + OC = 2ОА = AB.

6) Пусть *OA —— 6 , г —— 2 .* Тогда

*ONE* = It, ОНО = 2 + Л, ОО, = *OA — О А* = 6 — 2 = 4, ОО = OC — О,С - 6 — It.

Из прямоугольных треугольникоа *О О,Е н ОО Е* находим, что

*ONE* = *ОНО — О2 Е* = (2 + It) It 4 + 4It,

*ОЕ* = *ОО — ONE* = (6 — It) — It — 36 — 12It,

а так как *ONE —— ООН + ОЕ ,* то 4 + 4It = 4 + 36 — 12It . Из этого ураааения находим, что It = 3 (это аначит, что диаметр искомой окружности рааен ради9су наибольшей из трёх окружностей, то есть точка *Е* совпадает с О).

Отает: 3.

1. 31 декабря **2014 года** Алексей взял а банке 6 **902 000** рублей а кредит под 12,5% годо- вых. Схема аыплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следую его года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг **на 12,5%** ), затем Алексеи переводит в банк z рублеи. Какои должна быть сумма z, чтобъі Алексей въіплатил долг четырьмя равнъіми платежами (то есть па **четыре года)?**

Решение:

Пусть сумма кре,gита равна S, а годоаые составляк›т а% . Tor,ga 31 ,декабря каж,gого ro,qa оетавшаяея сумма ,goлra умяожаетея на коэффициент b = 1 + 0, 01о . Носле первоіі аыплатія сумма долга еоетавит 6s = ЛЬ — z . Ноеле второи выплаты сумма долга составил

бу = Si6 z — (Ѕб — z) 6 — z = Лб2 — (1 + 6) z.

После третьей аыплаты сумма оставшегося долга раана

6' — 1

После четвертоіі аыплаты сумма **остаашегоея** ,goлra раана

64 — 1

а — 1

По условию четырьмя аыплатами Алексеи должен погасить кредит полностью, поэтому

, откуда z =

84 -1

При S = 6 **902 000** и п = 12, 5 , получаем: 6 = **1, 125** и

6 902 000 - 1,601806640625 **0, 125** — 2 **296 350** (рублей).

0, 601806640625

Отает: 2 **296 350.**

1. Наіідите все значения а, при каждом из которых любое число из отрезка

2 z Е 3 **является решением уравнения**

)z — о — 2) + )z + о + 3) = 2o + 5.

Реюеаие:

Если 2o + 5 < 0, то урааяеяие ретеаий ae имеет.

Нусть о = —2,5. ТОгда ураввевие иМеет вид



и пи одно число иа отреока [2, 3] не **является его ретевием.**

Нусть о > **—2,5. БудеМ испольооаать геоМетрический** подход и аапишем уравнение в виде z — (о + 2)) + )z — (—о — 3)) = 2o + 5.

ВаМетим, что при о —2,5 верно нерааенстао —о — 3 < о + 2. ПоотоМу решением

веравеистаа является любое число иа отрезка [—о — 3, о + 2]: ведь длияа отого отреока равна (о + 2) (—о — 3) = 2a + 5 и нерааенству удовлетворяют те и только те точки z, сумМа расстоиний от каждой иа которых до точек z = а + 2; z = —о — 3 равяа 2o + 5. Осталось выбрать те значения о, при каждом иа которых отрезок [—о — 3, о + 2] содержит отреоок [2, 3]. Зто аыполнено тогда и только тогда, **когда:**

—о — 3 2, о > —5, g >

i

а + 2 3; а 1;

Отает: а 1 .

1. Пусть q — наиМеньшее общее кратііое, а *d —* наиболпший общий делитель ватураль- ных чисел z и у , удоалетаоряющих рааевству 3z = 8y — 29 .

а) Может ли

6) Может ли

*d* быть рааныМ **170?**

*d* быть раваын 2?

а) **Найдите наиМеаьтее аяачение**

*d*

##### Ретевие:

а) Для чисел z = 17 и у = 10 выполняется условие 3z = 8y — 29 , q = **170** , *d -—* 1,

*d* = iro.

6) и в) Нри z = 1 и у = 4 выполняетсо равеастао 3z = 8y — 29 и

= 4 . ПокажеМ, что

*d*

##### хихахоеsхачение

*d* < 4 ue реалиоуетси.

Ecco z = y , zo z = y = 29 , zzo iieaoaMOmao, nocxonsxy mucca z y — iiazypans nie. Hyczs pen onpepeniiiiiiocz z < y z = *ad ,* a y = *bd .* Torna iiazypmsanie u:ocra a *b*

аоаимно простая и о < 6 . ПолучаеМ щ

*d —-abd* • \*< п•

*d = ab* .

Если Если Если

 то о = *b* , что вевоаможво.

= 2 , ТО О = 1, 6 = 2 и, звачит, у = 2s , откуда т = 29 , ОТО аевоаноііао.

*d* 13

= 3 , то а = 1, 6 = 3 и, зваиит, у = 3s , откуда т = 29 , ОТО аевоаноііао.

*d* 21

Отает: а) дa; 6) ает; а) 4.