**РЕШЕНИЕ BAPHAHTA** 5

1. Билет на поезд стоит 200 рублей. Какое наибольшее число билетов можно будет купить на 1000 рублей после повышения цены билета на 15%?

Решение

200 р. — 100%

х р. — 115%

*-х* 100 = 200 115

100x = 23 000

*х ——* 230

Цена билета после повышения составила 230 рублей. 4 - 230 = 920; 5 230 = 1150 > 1000

Ответ: 4.

1. На рисунке жирными точками показано сугочное коли- чество осадков, выпадавших в Москве с 5 до 18 марта 2015 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответ- ствующий день в миллиметрах. Для наглядности жир- ные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа впервые выпало 3 миллиметра осадков.

яца

5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18



Решение

По рисунку видно, uтo 3 миллиметра осадков впервые выпало 9-ro числа.

Ответ: 9.

1. Найдите площадь параллелограмма, если две его сторо- ны равны 14 и 20, а угол между ними равен 150°.

*D С*

Решение

*!!ABCD —— \*\*' - AB -* sin *ZBAD ——*1-4

20 sin 150° = 280

=— 140.

# 2

Ответ: 140.

1. Стрелок стреляет в мишень 3 раза. Вероятность попада- ния при каждом выстреле равна 0,9. Найдите вероят- ность того, что стрелок промахнется все 3 раза.

Решение

Так как результаты каждого выстрела независимы друг от друга, то мъі можем применить теорему умножения веро- ятностей для независимьт событий. Вероятность промаха при каждом выстреле равна q = 1 — *р ——*1 — 0, 9 = 0,1. Веро-

ятность промахнуться три раза равна 0,1 0,-1

0,1 = 0, 001

Ответ: 0,001.

1. Решите уравнение 17" 3 =

Решение

17" 3 — $17" )' ;

17"“' = 17 2 ;

 289

2т + 3 = —2т ;

4т = —3 ;

*х* = --0, 75.

Ответ: —Ю,75.

1. В параллелограмме *ABCD* высота, опущенная на сторону

*AB,* равна 12, *AD ——* 13. Найдите l3sin8.

*В С*

Решение

*А* 13 *D*

*Ш + ZB —-*180° *ZB ——*180° — М; sin *В* ——sin(180° — *А) ——*

= sin *А*

sin *А —— DH* = 12 = siп *в x-* ізsіп *В ——* із- 12 = 12 .

—

*AD* 13 із

Ответ: 12.

1. На рисунке изображены график фуніщии *у —— f х) н* ка- сательная к нему в точке с абсциссой *xi .* Найдите *f'(xi) .*





Решение

По геометрическому смыслу производной *f'(xi )* равно

угловому коэффищіенту касательной, проведенной к графику функции *у —— f(х)* в точке с абсциссой zo. По

рисунку видно, что этот угловой коэффициент равен —3.

Ответ: —3.

1. Площадь боковой поверхности цилиндра равна 24п , а его высота равна 4. Найдите диаметр основания ццлиндра.

Решение

S, *=* 2Mh = 24п =г *Rh* = 12 Л = 12 = 12 = 3

— —

*D ——* 2Л = 6.

*h* 4

Ответ: 6.

\_

1. Наидите

**Чуть2**

значение выражения

2lsin 113° cos113° siп 226°

Решение

21 siп 1 l3°cos113° \_ 2lsin 113°cos 113° \_ 2lsin 113° cos113°

sin 226°

= = 10,5.

- siп(2 113°) 2siп 113°cos113°

Ответ: 10,5.

1. Автомобиль, движуіиийся в начальный момент времени со скоростью *vo* = 30 м/с, начал торможение с постоян- ным ускорением *а ——* 6 м/с 2. За t секунд после начала

**TO]ЗMOЖeHИЯ** ОН **П]ЗОХОДИТ Гt)/ЛЬ** Й

*at*2 (м). Опреде-

лите время, прошедиіее от начала торможения, если из- вестно, что за это время автомобиль проехал 48 метров. Ответ выразите в секундах.

Решение

30a — 3/2 = 48

3/2 — 30/ + 48 = 0

i' — 10a + 16 = 0

*D -—* 100 — -4 16 = 36

10 + 6 2

'1,2 ' 2 8

Из физических соображений (через 5 секунд автомобиль остановится), верный ответ: t = 2.

Ответ: 2.

1. Автомобиль двигался половину времени со скоростью 80 км/ч, а вторую половину времени — со скоростью

100 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на всем пути. Ответ дайте в км/ч.

Решение

80 — + 100

#  2 2 — so «u/«)

Так как область определения функции — числовой луч (—5; +m), то имеем следующую схему поведения функции и ее производной:

—5

*min*

у (--4) — —28 — 7lnl + 3, 8 = —28 + 3, 8 = —24, 2

Ответ: —24,2.

1. а) Решите уравнение sin 2 т = 5cos

2

6) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежугку 0; 5n) .

Решение

а) sin 2 т = 5cos

2

sin 2 т = 5 sin т sin' т — 5 sin т = 0 sin т(sin *х* — 5) = 0

sin *х* = 0 \_ gp р g р sin *х* ——5

6) 0 пв й 5s 0 в 5

Так как в с Z , то в е (0; 1; 2; 3; 4; 5)

Получаем корни 0; п ; 2 п ; 3 п ; 4 п ; 5 u

Ответ: а) яп , u с Н ; 6) 0; п ; 2 я ; 3 я ; 4 я ; 5 п .

1. В правильной треугольной призме *ABCA В,С ,* стороны основания которой равны 2, а боковые ребра 3, найдите расстояние между прямыми *АА,* и *BC .*



Решение

Плоскость *ABC* перпендикулярна ребру *АА*

<рявс *АА ј) — А*

прявс *ВЙ) — BC*

*АН —— BA— BH’ ——* 4 — 1 — 3

Ответ: .

1. Решите неравенство: 4 — х' 4 + 5x + ›' ) z 0.

Решение

(2 — т)(2 + т)(т + 1)(т + 4) 0 (2 — x)(2 + т) = 0

(2 — т)(2 + х) > 0

(т + I)(т + 4) й 0 х = —2

т = 2

Ответ: (—2 — I; 2]

1. В прямоугольный треугольник *ABC с* прямым углом *А* и катетами *AB ——* 2; *AC ——* 6 вписан квадрат *ADEF.*

а) Докажите, что треугольники *BDE* и *EFC* подобны.

6) Найдите отношение площади треугольника *EFC к*

площади квадрата *ADEF.*

Решение



а) Так как *ADEF —* квадрат, то *ZBDE —— ZEFC ——*90°.

*DC ЛС,* следовательно, *ZBED —— ZECF* как соответст- венные углы при пересечении параллельных прямых *DE* и *AC* секущей *BC bBED — bEFC по* двум углам.

6) Пусть сторона квадрата *х,* тогда

*BD —— 2 — х; FC ——6 — х.* Исходя из того, что *bBDE - bEFC :*



*EF FC х 6 — х*

12 — 8s + *x2 -— x2 х ——*1, 5



*’6EFC 21* 4 = 1, 5

*’A DEF 8* 9

*(2 —* х)(6 *— х) = x2*



2 2 2 8

Ответ: 1,5.

1. Иван хочет взять в кредит i млн рублей. Погашение кре- дита происходит раз в год равными суммами (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Процентная ставка 10% годовых. На какое минимальное количество лет Иван может взять кредит, чтобы ежегод- ные выплаты не превышали 250 тысяч рублей?

Решение

Очевидно, что для того, чтобы погасить кредит как мож- но быстрее, Иван должен ежегодно выплачивать банку макси- мально подъемную для себя сумму. По условию задачи эта сумма составляет 250 тысяч рублей. Запишем решение с по- мощью таблицы:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Год | Долг Ивана банку до начисления процентов | Долг Ивана банку после начисления процентов | Долг Ивана банку после внесения им суммы еже- годного платежа |
| 1 | 1000000 | 1100 000 | 850 000 |
| 2 | 850000 | 935000 | 685 000 |
| 3 | 685000 | 753500 | 503 500 |
| 4 | 503500 | 553850 | 303 850 |
| 5 | 303850 | 334235 | 84 235 |
| 6 | Меньше 100 000 | Меньше 110 000 | 0 |

В последней строчке применяется метод оценки, что- бы не считать 10% от 84 235. Мы строго показали, что 5 лет Ивану не хватит для возвращения кредита, а 6 лет — хватит.

Ответ: 6.

1. Найдите все значения п, при которых область определе- ния функции

*y —— *:/i -=" g-- +(:/п)"" -:/i —:/i -(:/п)16 —+т lo

содержит ровно два целых числа.

Решение

*а* > 0

При *а е* (0; I) последнее неравенство системы эквива- лентно

(т — 2а)(т — 5) й 0 m т u ( ; 2a 5; -t-m) — не удовле-

творяет условию задачи.

При *а ——* 1 это неравенство верно для т е (0;1) (1; +‹ю) — тоже не подходит.

При *а* > 1 т u 2п; 5 (или [5; 2п], если 2a > 5 )

Область определения будет содержать ровно 2 целых числа, если

2‹r u (3; 4 *а* е (1, 5; 2]

2‹r u 6; 7) *а* е 3; 3, 5)

Ответ: *а* е (1, 5; 2] 3; 3,5).

1. Решите уравнение х' + 3 = 7y в целых числах.

Решенне

Остаток от деления на 7 т

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 0 | 1 | 4 | 2 | 2 | 4 | I |
| 3 | 4 | 0 | 5 | 5 | 0 | 4 |

т2

т2 + 3

Так как 7y = т + 3 делится на 7, то или т = 7k + 2 или т = 7k + 5, где *k в d .*

При х = 7k + 2: 7y = 49k' + 28k + 4 + 3

у = 7Й + 4k + 1

При х = 7k + 5: 7y = 49k' + 70k + 25 + 3

*у ——* 7k2 + 10k + 4

Ответ: (7k + 2; 7Й + 4k + 1); (7k + 5; 7k2 + 10k + 4), k е Н .