# ТРЕННРОВОЧНАЯ РАБОТА 36

Часть 2

##### а) Ретяте ураввевие 2 sin‘ z + 3 соя 2s +1 = 0.

6) Найдите все корни этого ураввевия, привадлежащие отрезку [п; ЗпЗ.

Ретевие.

а) **Восволъзуемся формулой** sin' z = 1 — cos 2s

2

Из веё следует, что sin‘ z 1

COS' 2x — 2 cos 2т + i) .

Іlоэтому ураааевие можво вреобразоватъ татt:

1 ' 2x — cos 2x 1 + S cos 2s +1 = 0 ;

**2COS**

2

cos' 2x + 4 cos 2x + 3 = 0.

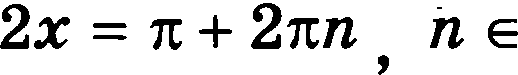
Сделаем замеву t = cos 2x . Получвы

t' + 4t + 3 = 0 ;



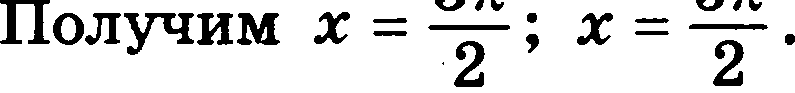
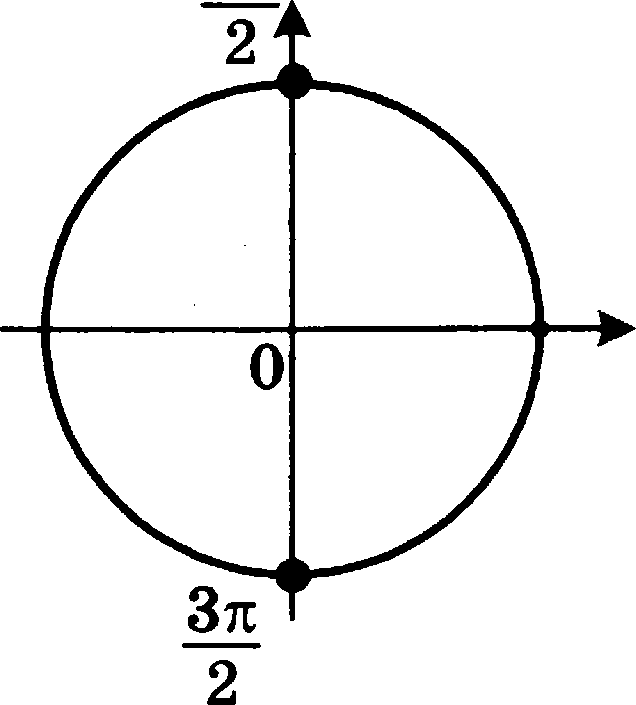
con 2s = —1 или сов 2т = —S .

Уравнение cos 2т = —3 не пueeт реюевий. Из ураввения cos 2т = —1 волу'іаем



6) При помощи триговометрической окружвости отберём корви, привадлежащие na-

давяому отрезтtу.



Ответ: а) 2 + кп , п е Н , 6) 2 ; 2 .

1. Площадь боковой поверхности правильной четырёхуголъпой вирамиды *ISAФCD* с осво- ваяием *ABCD* равва 108, а площадь полной **поверхности отой пирамиды равва 144.**

##### а) Докажите, что угол между плоскостьп *ISAC* и плоскостък›, проходящей через вершину fi этой пирамиды, середину стороны AB и **центр основания,** равен 45° .

6) Найдите площадь **сечевия пирамиды плоскостью** *БАС .*

223

Ретевие.

Іlлощадь освовавия пирамиды равва 144 — 108 = 36, поэтому AB = 6.

Площадь боковой грави равва

108 =2T.

4

Пусть *ISM —* высота грави SAB. Тогда Sq = = *Ѕ!М*- 3 — 27, поэтому *SIM* = 9.

##### а) Пусть *l Н —* высота пирамиды. Тогда *Н —* середияа осяоваввя пирамиды. 8начит, *SIH —* прямая, по которой пересекаются данные плоскости. Прямая *ISH* перпендикулярна любой прямой, лежащей в плоскости основания пирамиды, в том числе и прямым AfI и *МИ.* 8начит, угол между плоскостями *!SAC* и *SIMH — жо yvoя AHM,* который равен 45° .

6) Имеем *Ѕ!Н —— SIM — МИ’ —-* = 632 .

*А’ ——* 632 332 = 36 .

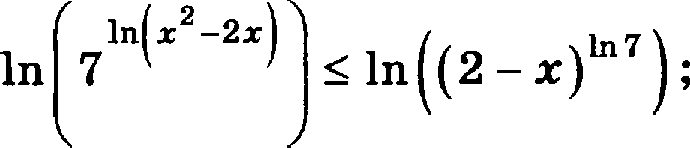
# 2

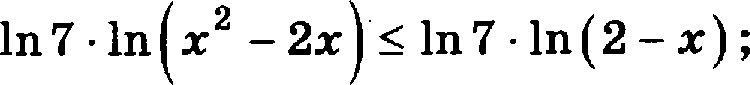
###### Огвет: 6) 36.

1. Рет ите веравевство 7 ‘ < ( )lп 7

s

Ретевве.

Преобразуем веравевство:



##### ln z' — 2z$ ln (2 — z) ;

**0<z -2i<2-i;**

х з — 2x > 0,

(х — 2)(x +1) 0,

откуда получаем, пто —1 й z < 0 .

**Ответ: [—1; 0)** .

1. Медиавы АА , *BB н СС* треугольвика ABC пересекаютея в точке *М.* Точкн *Az, Bz н*

C середивъі **отреоков** *МА, MB н* fC соответствевво.

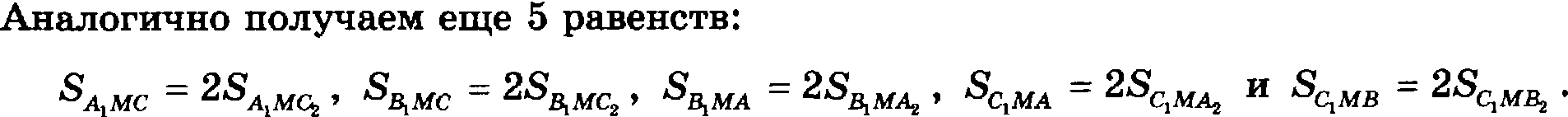
а) Докажите, ято площадь тесхvеугояъвнжв *А ВACiAzBiCz твое* мевьте плотдал« one-

6) Найдите сумму пввдратов всех **сторон этого тестиугольвика,** если иовество, что AB = 5, *BC* = 8 и *AC ——* 10.

**224**

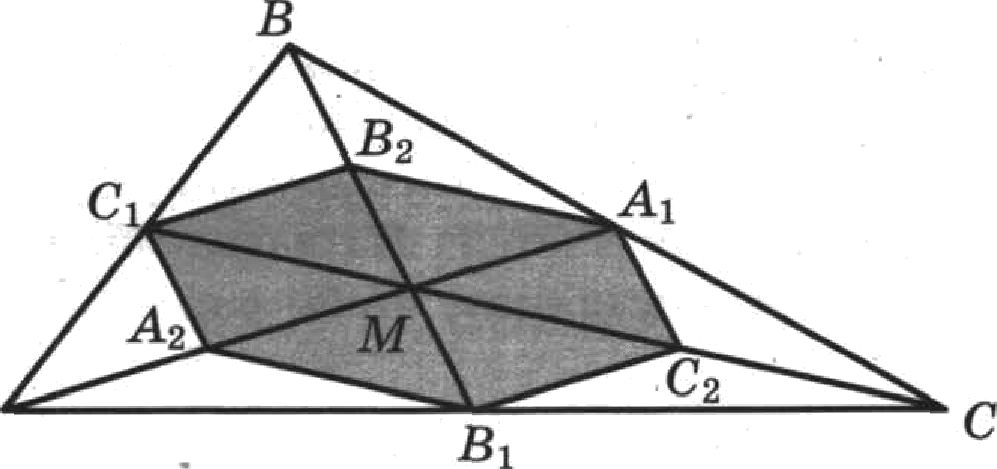
**певне:**

а) Площадь треугольника *AiMBz в* два раза мeuьme площади **треугольника** *А MB,* **поскольку** *MB —— 2MBz, в* высота, проведёввая из вертиим *At,* у этих треугольников **общая:**

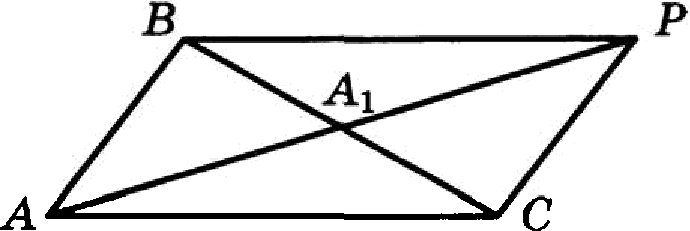


**Склвдывая** эти равенства почлевво, получаем

' 2 л,с,gщцg •



##### 6) Обозиачим длины сторов *BC, AC,* AB треугольвика ВВС через а, 6, с.



Докажем, **что квадрат** недяавы Ai равея 4

*2b*' + 2r' — o 2 .

Для доказательства ва продолжении отрезка AAi за точку отложим отреоок *А Р —— . Rояучнм* парвллелограмм ACPB *со* сторонами CC = *PB —— д* и диаговалями *BC —— а * Сумма квадратов диагоналей параллелограмма равяа сумме квадратов его сторов:

##### 2b' + 2c' = о' + 4AAj , откуда = 1

4

(26' + 2c' —«') .

Аналогичво доказмвается, что *В ——* 1 32c' + 2<' —6'), а ccJ = 1(2o2 +2b°— c°).

##### 4 4

Отрезок С,Я *—* средняя ливия треугольника *ABM,* значит,

1 2

2 2 3

##### Рапсуждая **аналогично, мы** получим, что стороны юестиугольника втрое мевьше медп-

ан треугольника ДВА: ЛЕС, = QC, = 

###### кввдратовсторон теютиугольвикарввна

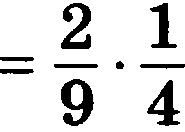
. Следовательно, сумма

-2 *B,C2*

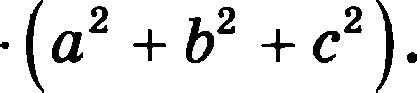
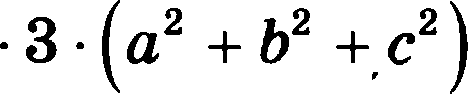
+ 4\*2 *+*

*х,в,')*

2 *(хяј + вв,' + сс,')*

 -(26' + 2«' — «' + 2«' + 2«' — 62 + 2«' + 26' — «') —

9

1 1

Подставляя в **эту формулу длины сторон треугольвика** ABC, оолу'таеи ответ: сумма квадратов **сторов шестиугольника равна** 2

**Ответ:** 2 .

1. 1 **января 2015** года Александр Сергеевич впял в бавке 1,1 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая — 1 числа каждого следующего месяца **банк начисляет** 1 процевт ва оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг яа 1% ), затем Алек- сандр ‘Сергеевич переводит в **банк платёж.** На какое минимальное количество месяцев **Александр** Сергеевич может взять кредит, чтобы ежеиесячвве вывлаты были не более 275 тыс. **рублей?**

Ретевие:

Заметим, что за 4 месяца Александр Сергеевич выолатит 1,1 млв рублей. Таким образом, он яе покроет долг с продентами.

Каждый месяц долг увеличивается не более, чем на 1 100 000 0,01 = 11 000 рублей. Значит, за пять месяцев Александр Сергеевич должен будет выплатить не более 1 100 000 + 5 11 000 = 1 155 000 рублей, что менее, чем 5 275 000 = 1 375 000 рублей. Таким образом, Александр Сергеевич сможет выплатить кредит за 5 месяцев.

Ответ: 5.

1. Найдите все зяачеяия о, при каждом из которых уравнение т о' + о + 2 + z о' + Зо — 1 = 2o — 3 имеет корни, но ни один из вих не принадлежит

интервалу (4; 19).

**Решение:**

Рапность выражевий, **стоящих** под знаками модуля, совпадает с правой частью уравневия:

(к — о' + зв —i) —(к —о' + о + 2) = 2o — 3.

Сделаем замеву: m = т — о' + Зо — 1, п = z — o2 + о + 2 . Тогда уравнеяие примет вид:

m + п = m — п .

Это равносильяо условию п й 0 m . Получаем

т — o 2 + о + 2 0 т — о' + Зо — 1 ; о' — Зо + 1 z й o 2 — о — 2 .

##### 226

Ураввение имеет корни, ви один из которых яе принадлежит интервалу (4; 19), только если оравая граница отрезка решений ве больше 4 или левая граница ве меньше 19. Получаем

o — Зо +1 й о — о — 2,

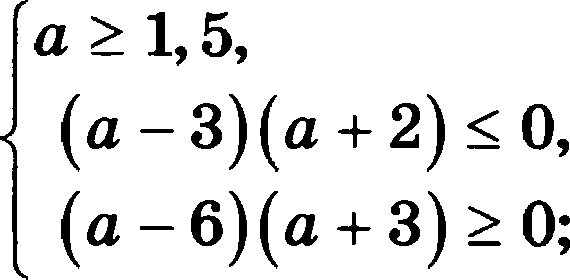
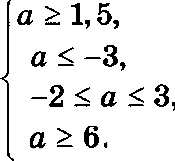
##### о' — о — 2 z 4,

o — Зо + 1 й 19;

2o 3,

о' — о — 6 0,

о' — Зо —18 0;

Ответ: 1, 5 й о й 3; о й 6 .

1. Возрастающая ковечвая арифметическая орогрессия состоит из различных qелых веот- рицательвых чисел. Математик вычислил развость между квадратом суммы всех чле- вов орогрессии и суммой их квадратов. Затем математик добавил к этоіі орогрессии следующиіі её ялев и свова вычислил такую же развость.

а) Приведите оример такой прогресспи, если во второй раз развость оказалась ва 48 больте, чем в оервый раз.

6) Во второй раз развость оказалась ва 1440 больте, чем в оервый раз. Могла ли пpo- грессия сначала состоять из 12 члевов?

в) Во второй раз развость оказалась ва 1440 больше, чем в первый раз. Какое ваиболь- шее количество ялевов могло быть в орогрессии сначала?

##### Ретевие.

а) Пример: 1, 2, 3. Рапность квадрата суммъі и суммы квадратов равпа 36 — 14 = 22. Если добавить число 4, то развость **будет равва 100** — 30 = 70, ято ровво ва 48 больше, чем было.

6) Обозвачим члевы прогрессии о„ о„..., су . Тогда развость, вычислеввая математиком в первъій pan, равва

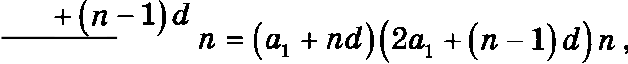
= 2«, (4, + «, + ... + «, ,) +

+ 2в, , (о, + о, + ...+ о,\_,) +

+ 2o, (о, + о,) +

+2в,о,.

Когда к орогрессии добавили член суд, , то выеисленная во второй рав развость отлича- ется от оервой дополвительвым слагаемым

2o фo, + о + ...+ су ) = 2 фo, + *nd) 2*

где *d —* развость орогрессии.

2

227

Из условия следует, что of й 0 и *d* z 1 , поэтому

*Дай + nd)* 2• + (п — 1) *d п* й п' (п — 1) .

**Получаем неравенство**

п' (п — 1) 1440 ,

откуда п 11 . Пначит, 12 членов в начальной прогрессии быть не может.

в) Из равенства (o н + *nd)* 2o + п — 1) *d)* п ——1440 следует, что п является делителем чис-

ла 1440. 8начит, п z 11 .

Если п = 10, получаем

фo, + 10d)(2o + 9d) — 144 .

##### Если *d* 2 , то левая часть не меньше, чем 90d' й 90 4 = 360 > 144 .

Следовательно, *d ——* 1. Получаем уравнение

2o$ + 29о — 54 = О ,

которое не имеет целмх **решений.**

Если п = 9 , **получаем**

*Дай* +*9d)* 2o + 8d) = 160 .

Если *d* й 2 , **то левая часть ве меньше,** чeu 72d' й 72 4 = 288 > **160.**

**Следовательно,** *d ——* **1, Получаем уравнение**

о$ +13c — 44 = 0 ,

которое не имеет целых ретений. Если п = 8, получаем:

фон + 8d)(2o +*7d) ——*180 .

Если *d* й 2 , то левая **часть не меньше, чем 56d'** й 56 4 = 224 > **180.**

Следовательно, *d ——* 1. Получаем уравнение

2o$ + 23c —124 = 0 ,

которое имеет единственный натуральный корень 4.

ПнаЧит, прогрессия из восьми чисел 4, 5, 6, ..., 11 удовлетворяет условию задачи.

Ответ: а) 1, 2, **3; 6) нет; в)** 8.

228