РЕШЕНИЕ ЗАДАНИЙ. ГЛАВА І. ЧАСТЬ 2

# ТРЕННРОВОЧНАЯ РАБОТА 1

Часть 2

1. а) Решите уравнение 2 sin‘ z + 3 cos 2z + 1 = 0 .

6) Найдите все корви этого уравнения, привадлежащие отреоку [я; Зп].

### Решевне.

а) Воспольоуемся формулой sin 2 z = 1— eos 2z

2

Ио неё следует, что sin‘ z = 1 (cos2 2z — 2 cos 2z + 1$ .

4

Поэтому уравнейие можно преобраоовать так:

2 cos2 2z — cos 2z 1 + 3 cos 2т + 1 = 0 ;

#### ’2

cos 2 2x + 4 cos 2x + 3 = 0.

Сделаем оамену t = cos 2т . Получим

t2 + 4t + 3 = 0 ;

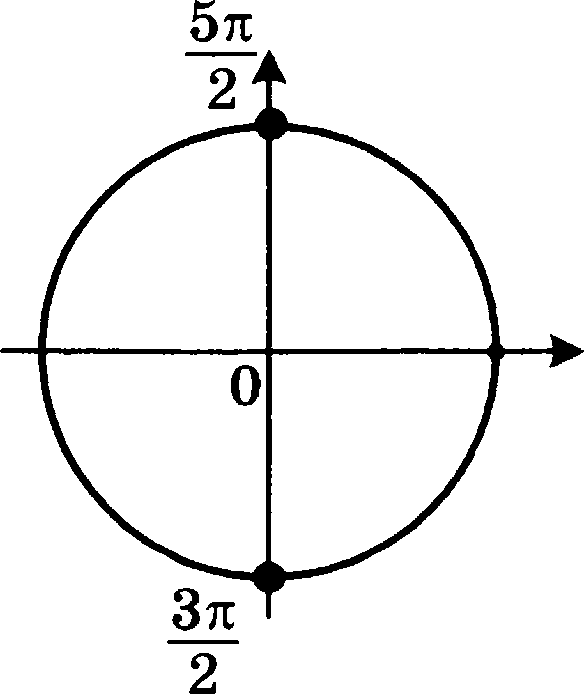
t = —1 или t = —3 ;

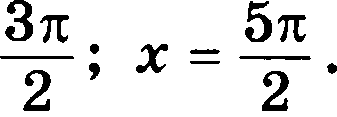
eos 2z = —1 или eos 2z = —3 .

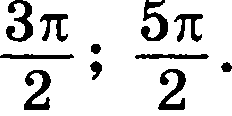
Уравнение eos 2т = —3 ве имеет ретевий. Из ураввевия eos 2т = —1 получаем



6) При **помощи тригонометрической окружности отберём корни, привадлежащие** за- данному отрезку.



ОЛ ИМ /=

Ответ: а) 2 + кп , п е Z ; 6) 

**169**

#### Площадь боковой поверхности оравильвой четырёхугольной пирамиды SABCD с осно- ванием *ABCD* равна 108, а площадь поляой поверхности этой пирамиды рввна 144.

а) Докажите, что угол между плоскостью ЅЯС и плоскостью, проходящей через вершину S этой пирамиды, середину стороны AB и центр основания, равен 45° .

6) Найдите площадь сеиения пирамиды плоскостью *ВAC* .

Решение.

Площадь основания пирамиды равна 144 — 108 = 36, поэтому AB = 6.

Площадь боковой грани равна

#### 108 =2T.

4

Пусть *ISM —* высота грани ГАВ. Тогда S, = 2

*= Ѕ!М - 3 ——* 27, поэтому S I = 9.

а) Пусть SJf — высота пирамиды. Тогда If — середина основания пирамидъі. Значит, SJf — прямая, по которой пересеквются данные плоскости. Прямая SH перпендикулярна любой прямой, лежащей в плоскости основания пирамиды, в том числе и прямым AП и *MH,* Пваиит, угол между плоскостями *SiAC* и *SIMH —* это угол *AHM,* который равен 45° .

6) Имеем *SiH —— ISM’ — МИ’ —* — 632 .

*А’ ——* 632 332 = 36 .

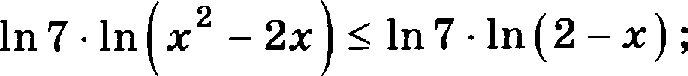
## 2

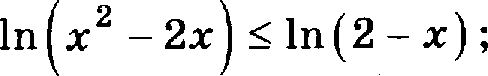
Ответ: 6)з6.

1. Решите неравенство 7 "" ' ( )1n 7

### Ревіевие.

#### Преобразуем неравеяство:







откуда получаем, что —1 z < 0 .

**x 2 - 2i >0,**

(z — 2)(z + 1) 0,

#### 170

Ответ: —1; 0) .

1. Медианы A4„ *BB и* СС, треугольвика ABC вересекак›тся в то•іке if. Точки 32. *В z н*

C — середины отрезков AfA, *MB п MC* соответствевво.

а) Докажите, что площадь тестиуголъвика А *В* С А *ВАС,* вдвое менъвіе площади тре-

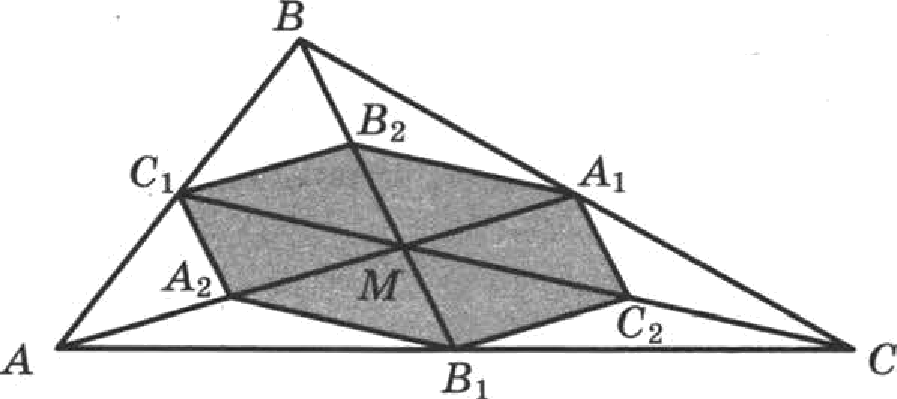
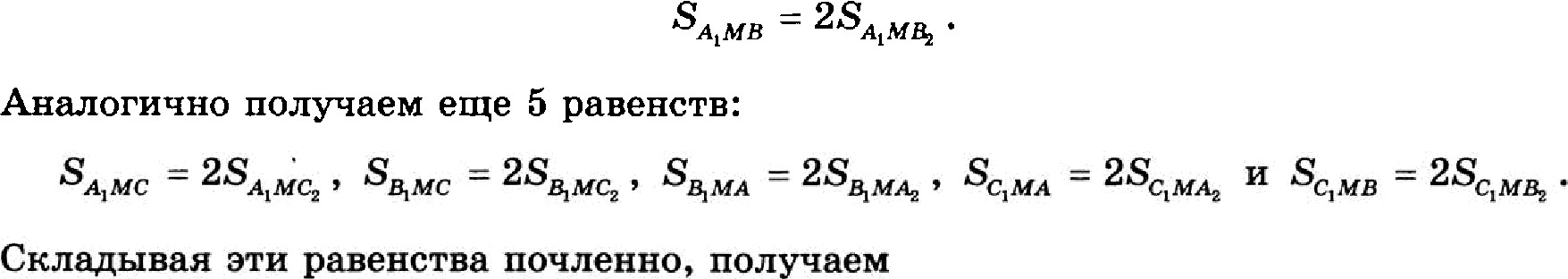
уголъвика ABC.

6) Найдите сумму квадратов всех сторов этого шестиугольника, если извест£tО, что

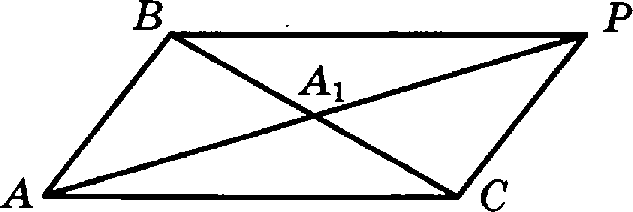
AB = 5, *BC ——* 8 и *AC ——* 10.

### Ретевне:

#### а) Площадь треугольника *А MB z »* два paoa меньше площади треуголыіика *А MB,* поскольку *MB —— 2MBz, в* высота, ороведёвная ио вертивы *At* У этих треугольников общая:



**6) Обоаиачим** дливы стороя ЛС, CC, AB **треугольвика** ABC переп в, h, е.



Докажем, что квадрат медианм AAi равен

1 **232 +2o'—«')**

4

Для доказательства па продолжении отревиа АА ва точку Ai отложим отрезок *i —— i. Полуяпт* параллелограмм *ACPB* со сторонами CC = *PB —— д* и AB = *CP —— с н* диагоналями *BC —— а п АР —— 2АА .* Сумма квадратов диагоналей параллелограмма равна

сумме квадратов его стороп:

•6 2 + 2с2 2+ 4 , откуда A4/ = 1 (2Ь2 + 2c' — « 2 ) .

4

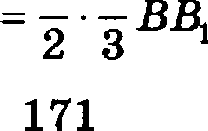
Аяалогичяо доказывается, что *BB,’ —*

$2c' + 2c' — *b’ ) ,* а CCj — 1

4 4

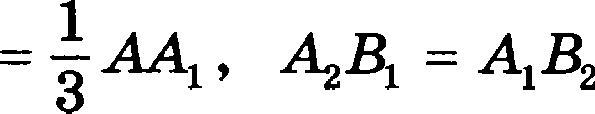
**2o +20'-,•)**

Отрезок — средняя линия треугольяика AB I, аначит,

1 1 2 1

2 3

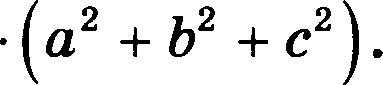
Раееуждая авалогичво, мы получим, ято еторовы **тествугольнвка втрое мевьше** меди-

ан треугольвика АВИ: *BACK —— С* —їСС, . Следовательно, еумма

квадратов сторов тестиугольвика равва

*-2 В С,' + л,с,' + л,в,') —p— 2 (x?ij + вв,' + cc,\*)*

#### - (2Ь' + 2«' — «' + 2«' + 2«' — b' + 2«' + 2Ь' — «')

1- з -(«' + s' + »') 1

18

6

Подетавляя в эту формулу длины сторон треугольника ВВС, получаем ответ: еумма

квадратов еторов шестиугольвика равна 63

2

**Ответ:** 63

2

1. 1 **явваря 2015** года Александр Сергеевич взял в бавке 1,1 млв рублей в кредит. Схема выплатъі кредита следующая — 1 числа каждого следующего месяца банк вачисляет 1 **процент** яа оставшуюся сумму долга (то ееть увеличивает долг на 1% ), затем Алек- сандр Сергеевич оереводит в банк платёж. На какое мивимальвое количество месяцев Александр Сергеевич может взять кредит, чтобы ежемееячвые выплаты были не более 275 тые. рублей?

##### Ретевне:

Заметим, что за 4 месяца Александр Сергеевич въіплатит 1,1 млн рублей. Таким образом, он яе покроет долг с процентами.

Каждый месяq долг увеличивается не более, чем ва 1 **100 00**-**0 0,01** = **11 000** рублей.

Значит, за **пять месяцев** Александр Сергеевич должен будет выплатить не более 1 **100 000** + 5 **11 000** — 1 **155 000** рублей, что менее чем 5 **275 000** = 1 **375 000** рублей. Таким образом, Александр Сергеевич сможет выолатить кредит за 5 месяцев.

##### Ответ: 5.

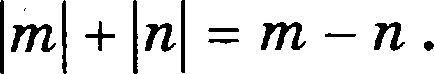
1. Найдите все звачеяия о, при каждом из которых уравяение т — о' + о + 2 + т о' + Зо — 1 = 2o — 3 имеет корни, во яи одяя из вих ве принадлежит

иятервалу (4; 19).

Ретевне:

Разность вмражений, етоящих под знаками модуля, совпадает е правой частью уравнения:

(« — о' + зо — i) —(« — о' + о + 2) = 2o — 3.

Сделаем замену: m = т — o2 + Зо — 1, п = т — o f + о + 2 . Тогда уравневие примет **вид:**

172

іЗто **раввосильво условвк›** п 0 m . Получаем

z — о' + о + 2 0 z — о' + Зо — 1 ;

о' — Зо + 1 z о' — о — 2 .

Уравнеllие имеет корни, ви один иа которых ве принадлежит иитервалу (4; 19), только если правая граница отрезка ретевий яе больше 4 или левая граница не меньте 19. Получаем

о' — Зо + 1 :й о' — о — 2,

о' — о — 2 :й 4,

#### о' — Зо + 1 ?: 19;

o 1, 5,

#### (о - 3) (о + 2) 0,

(о - б(о + 3) > 0;

2a 3,

о' — о — 6 0,

а' — За — 18 0;

o 1, 5,

o —3,

—2 о 3,

o 6.

#### Ответ: 1,5 о 3; о ?: 6.

1. Возрастающая кояечная арифметическая прогрессия состоит из рааличвых целых неот- рицательных яисел. Математик вычислил разность между квадратом суммы всех чле- вов прогрессии и суммой их квадратов. 8атем математик добавил к отой прогрессии следующий её члев и снова вычислил такую же разность.

а) Приведите пример такой прогрессии, если во второй раз развость оказалась на 48 больше, чем в первый раз.

6) Во второй раз развость **оказалась на 1440** больше, чем в первый раз. Могла ли пpo- грессия **сначала состоять** из 12 членов?

в) Во второй раз разность оказалась на **1440** больте, чем в первый раз. Какое наиболь- mee **количество членов** могло быть в прогрессии сначала?

##### Ревіевие.

а) Пример: 1, 2, 3. Разность квадрата суммы и суммы квадратов равна 36 - 14 = 22. Если добавить число 4, то развость будет **равва 100** — 30 = 70, что ровяо на 48 больше, чем было.

6) Обозвачим члевы прогрессии oн , о„ . .., с, . Тогда разяость, вычислевная математиком в первый раз, равва

## = 2s,( + + + ,- +

+2s,\*,(s, +s, +...+ s„)+

+ 2o, (о, + о,) +

**+2o›°** -

##### 173

Когда к прогреееии добавили члея o„, , то вычиелеввая во второй раз разяоеть отлича- ется от оервой дополнительвым елагаемым

**2o„, (о,** + oн + ... + с, ) = 2 (о, + *nd)*

где *d —* разноеть прогреееии.

2o,+(п 1) *d* п = (о, + *nd)* 32a, + (п — 1) *d)* п ,

## 2

Из условия следует, что о, z 0 и *d* 1, поэтому

(of + *nd)* $2c, + (п — 1) *d) п* й пё (п — i) .

Получаем неравенство

п2 (п 1) 1440 ,

откуда п 11 . Пначит, 12 членов в начальной прогрессии быть не может.

в) Из равенства (о, + *nd)* 2a *+ (п —* l) *d) п ——* 1440 следует, что п является делителем чис-

ла 1440. Значит, п z 11 .

Если п = 10, получаем

(о, + 10d)(2o, + 9d) = 144.

Если *d* 2 , то левая часть не меньше чем 90d' 90 4 = 360 > 144 . Следовательно, *d ——* 1 . Получаем уравнение

2o + 29о — 54 = 0 ,

которое не имеет целых ретений. Если п = 9, получаем

(о, + *9d)(2o,* + 8d) — 160.

Если *d* й 2 , то левая часть не меньше чем 72d2 k 72- 4 = 288 > 160 .

Следовательно, *d ——* 1. Получаем уравнение

о) + 13c, — 44 = 0 ,

которое не имеет целых **ретевий.**

Если п = 8, получаем:

(о, + 8d)(2o, + 7d) = 180 .

Если *d* 2 , то левая часть не меньше чем 56d' 56 4 = 224 > 180. Следовательно, *d ——* 1. Получаем уравнение

2o) + 23c, — 124 0,

##### которое имеет единственный натуральный корень 4.

Значит, прогрессия иа восьми чисел 4, 5, 6, ..., 11 удовлетворяет условию оадачи.

Ответ: а) 1, 2, **3; 6) нет;** в) 8.

174