**5. ИЗМЕРЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ВЕАИЧИН**

# Угол. Величино угло, гродусноя меро угло

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | |  | | | | Угол — фигура, состоящая из точ- ки (вершины угла) и двух различных лучей, исходящих из этой точки | |
| Углы измерятот | в | градусах. | | 1‘ - | о | развёрнутого | | угла |

|  |  |
| --- | --- |
|  | |
| CC = 90° = — рад  to 2 | § > 90° |
| острый  < 90° | развёрнутый *ZAOB ——* 180°  180° |



|  |  |
| --- | --- |
|  | Дуга — часть окружности между двумя точками.  Ррадусная мера дуги — градусная мера соответствующего центрального угла.  Длина дуги 1°: /,  180  Длина дуги п°: *I . ——*  180°‘ |

78 5. Измерение геометрических веwичин



Задача.

а) Найти длину дуги окружности радиуса Л = 5, если её rpa- дусная мера 72°.

*Решение.*

*'72°*

- я 5 72° = 2я = 6,28.

'

180°

6) Найти длину маятника стенных часов, если угол его коле- баний 38°, а длина дуги, которую› он описывает, равна 48 см.

*Решение.*

38°' C зg 48 см.

Ј \_ пЛп° \_ 180° *l .*

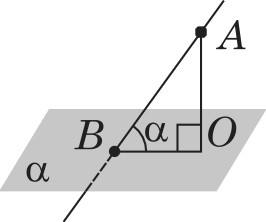
180° nn°

180° 48 m 40,5 (см).

Omвerrt: а) 6,28; б) 40,5 см.

Углы в пространстве

- 3,14 38°

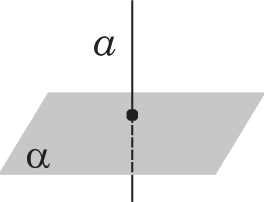
*А* Угол между прямой и пересекатощей

её плоскостыо это угол между прямой

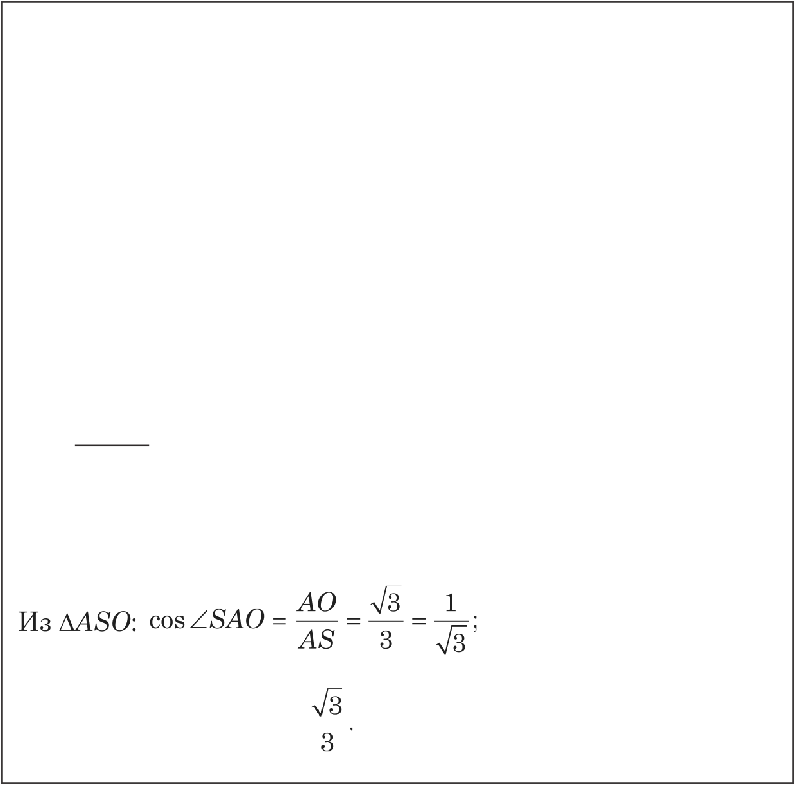
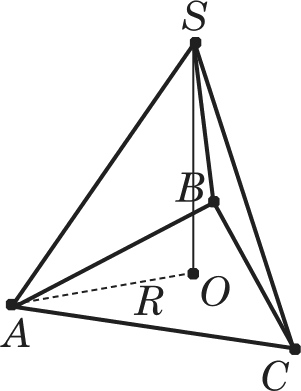
и её проекцией на плоскость.

ЛАВО — угол между прямой AB и плос-

*ВО —* проекция AB на о, *AO а*



o 1 п m z(o; о) = 90°

Углы в пространстве

*R ——*\*\*3'

3

Задача.

Все рёбра пирамиды SABC равны 3 см. SO — высота.

*Найти:*

угол между прямой *AIS п* плоскостыо ABC.

*Решение.*

По условито *AIS —— BS —— CIS*

т. О — центр описанной окружности: *AO —— R.*

ЗА

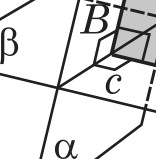
SO 1 (ABC), то *AO —* проекция *AIS* на (ABC), т. е. *ZSAO —* угол между *AIS н (ABC).*

*Z S!AO ——*arccos 3 .

*Ответ: Z ISAO ——* arccos

###### *А* Углом между плоскостями о и Ц, ne-

ресекатощимися по прямой с, называется

угол между прямыми, по которым третья плоскость ј, перпендикулярная их линии пересечения, пересекает плоскости п и Ц.

ЛАВС — угол между плоскостями

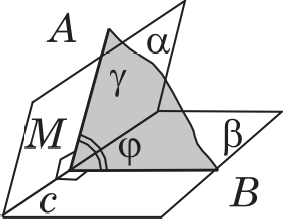
cl и Q, т. е. AB 1 с; *BC L* с, *AB х а; BC* л Q

Угол между параллелъными плоскостями равен 0°.

80 5. Измерение геометрических веwичин



*Окончание таблицьt*

Двугранный угол — фигура, образо- ванная двумя полуплоскостями с общей

Ј ограничиваіощей их прямой.

*в • н ) —* грани двугранного угла, с — ребро двугранного угла

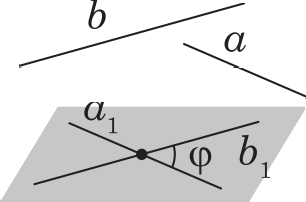
АМ1 с, *BM L* с, АМ m о, *MB х ).*

*ZAMB ——g —* линейный угол двугранного угла

###### Свойства

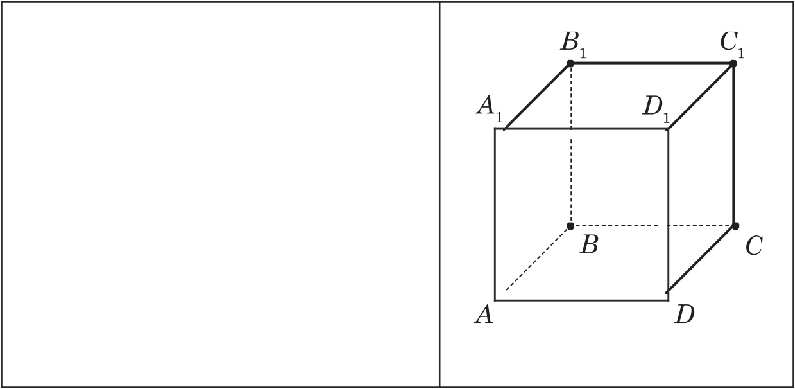
Плоскость линейного угла перпендикулярна каждой грани двугранного угла.

(AMB) L а п (AMB) L

Угол между скрещиватощимися прямыми это угол между прямыми, которые пересекаіотся и параллельны данным скрещиваіощимся.

0° < ‹р < 90°

###### Если угол между скрещивак›щимися прямыми равен 90°, то они навываіотся перпендикулярными

Задача.

*ABCDA,B,CMD —* куб.

*Найти:*

угол между прямыми АА, и *DC.*

Решение.

*DD, АА„*

тогда *CDMDC ——* 90°.

Отвепз:

*ZD DC =* 90° — искомый угол.

Афина отрезко, ломаной, окружности. Периметр многоуго‹ьника 81

# Алино отрезко, ломоной, окружности. Периметр многоугольнико

|  |  |
| --- | --- |
| *А в* | Отрезок — часть прямой, которая состо- ит из всех точек этой прямой, лежащих между двумя её точками — концами отрезка |
| Длина отрезка равна сумме длин пастей, на которые отре- зок разбивается ліобой его точкой: AB = АК+KB | |

Задача.

В каком случае точки *М, К* и С лежат на одной прямой: а) *MK ——* 3 см; *KC ——* 10 см; *MC ——* 8 см;

6) *MK ——* 12 см; *KC ——* 1 см; 3fC —— 12 см;

*в) MK ——* 15 см; *KC ——* 5 см; *MC ——* 10 см.

*Ответ:*

в), поскольку *MK —— KC + MC, z.* е. 15 = 5 + 10 (см).

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ломаная — геометрическая фигура, состоящая из точек, не лежащих на одной прямой (вершин), соединённых отрезка- ми (звеньями).  Длина ломаной равна сумме длин её звеньев |

Задача.

*Найти:*

дин у яoеaнoи *ABCDEF,* если AB = 3 см, *BC ——* 2,3 см,

*CD ——* 5,1 см, *DE ——* 6,2 см, *EF ——* 3,7 см.

*Решение.*

AB + *BC + CD + DE + EF ——* 3 + 2,3 + 5,1 + 6,2 + 3,7 = 20,3 (см).

*Ответ:* 20,3 см.

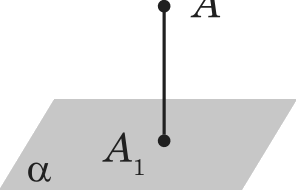
82 5. Измерение геометрических веwичин



|  |  |
| --- | --- |
|  | Многоугольнин — простая замкнутая ломаная, соседние звенья которой не лежат на одной прямой.  Многоугольник называется выпунлым, если каждая из его диагоналей лежит внутри многоугольника |

|  |  |
| --- | --- |
| Число диагоналей выпуклого многоугольника:  п(п — 3)  *d* 2 '  п — число сторон многоугольника.  Периметр миогоугольиика равен сумме длин его сторон:  *P* —— *А* А, +А@,+... +А, *НA* | |
|  | Окружность — фигура, состоящая  из всех точек ттлоскости, равноудалённых от данной точтtи (центра).  *OA —— R —* радиус;  *MN —— D ——* 2Л — диаметр;  *CD —* хорда;  *CAN, wAM —* дуги |
| ,Длина окружности:  С = 2<Л,  где Л — радиус; число п — отношение длины окружности к диаметру:  x=—3314 2Л | |

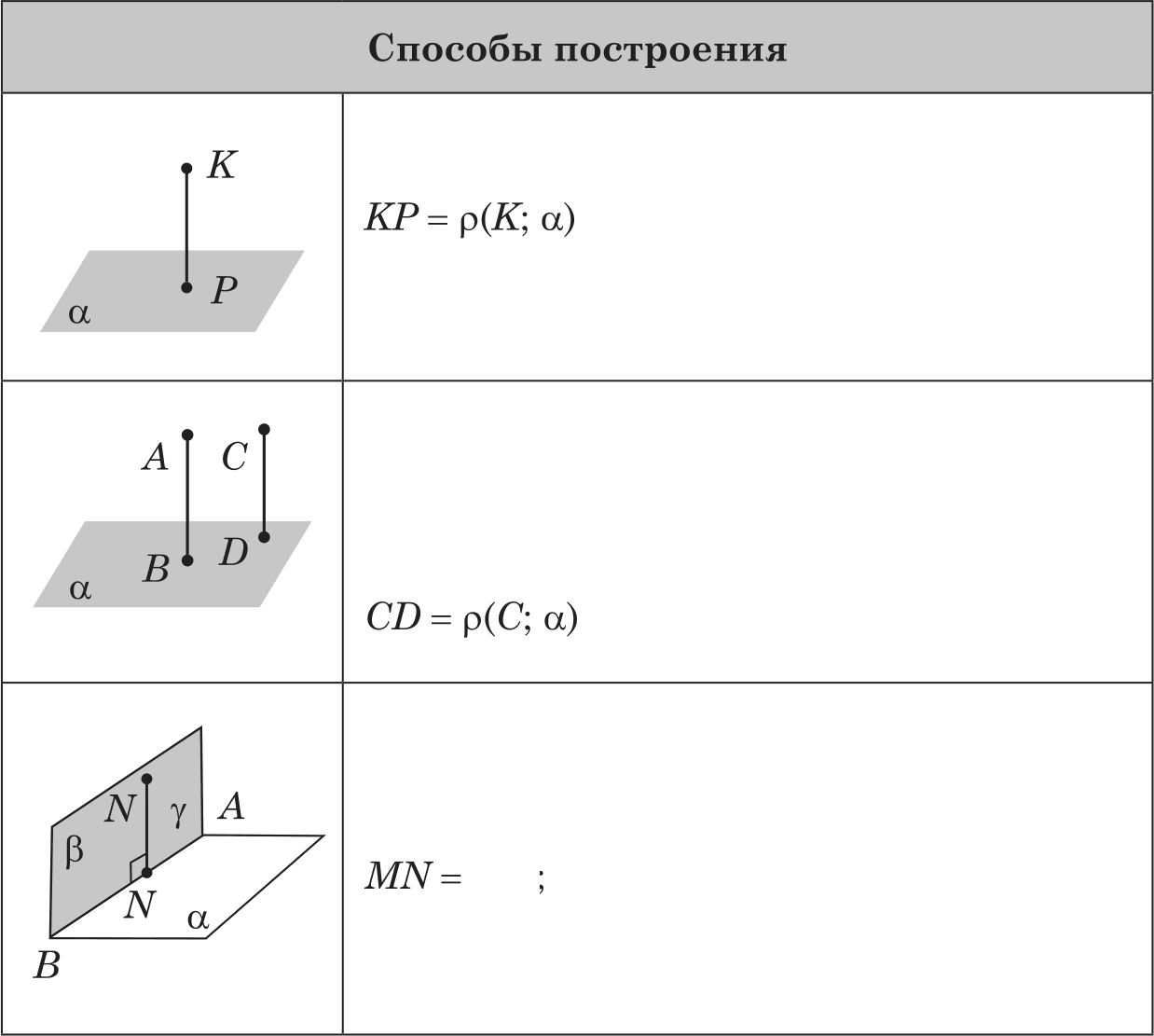
Росстояние в простронстве

*А* Расстояние от точки до плосности — это длина перпендикуляра, опущенного из этой точки на плоскость

Расстояние в пространстве 83



*Окончание таdлиц,ьt*

Провести JfP 1 о; *Р в а.*

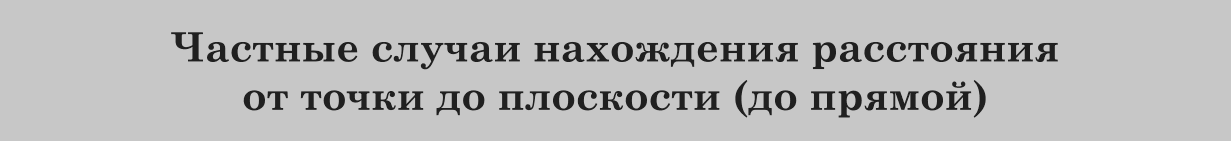
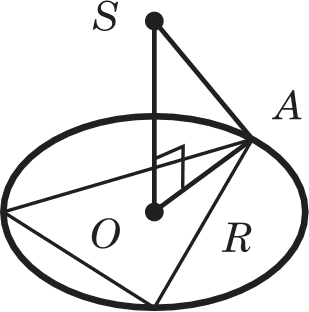
где р — расстояние от точки до плоскости

Провести

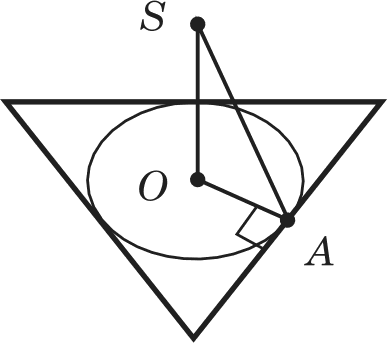
*CD AB CD а.*

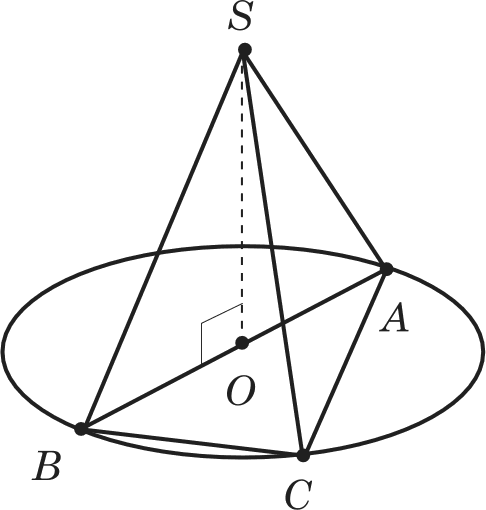
###### Провести Ц 1 cl через точку *М*

(Ц пересекает о по AB).

Провести *MN L AB MN а p(N, а)*

|  |  |
| --- | --- |
|  | |
|  | Свойство точки, |
|  | равноудалённой от всех |
|  | вершин многоугольника |
|  | Если точка вне плоскости |
|  | многоугольника равноуда- |
|  | лена от всех его вершин, |
| SO — расстояние от точтtи до плоскости многоугольника; *OA —— R —* радиус описанной окружности; *ISA —* рассто- яние от точки до вершины многоугольника | то основание перпендику- ляра, проведённого из этой  ТОЧКИ К **ІТЛОСІtОСТИ MHOPO-**  угольника, является центром окружности, описанной около многоугольника. |

84 5. Измерение геометрических веwичин



Задача.

Рипотенуза прямоугольного треугольника равна 12.

Точка S находится вне пло- скости этого треугольника и на расстоянии 10 см

от каждой его вершины.

*Найти:*

расстояние от точки fi

до плоскости треугольника.

*Решение.*

Точка S равноудалена от вершин AABC точка S проециру- ется в точку О — центр описанной окружности.

В прямоугольном треугольнике это середина гипотенузы.

*AO —— OB ——* 6 см.

*Мз єАЗО (ХAOSi ——* 90°):

SO° = *AS!° — AO° ——* 10' — 6' = 64.

SO = 8 (см).

*Ответ:* 8 см.

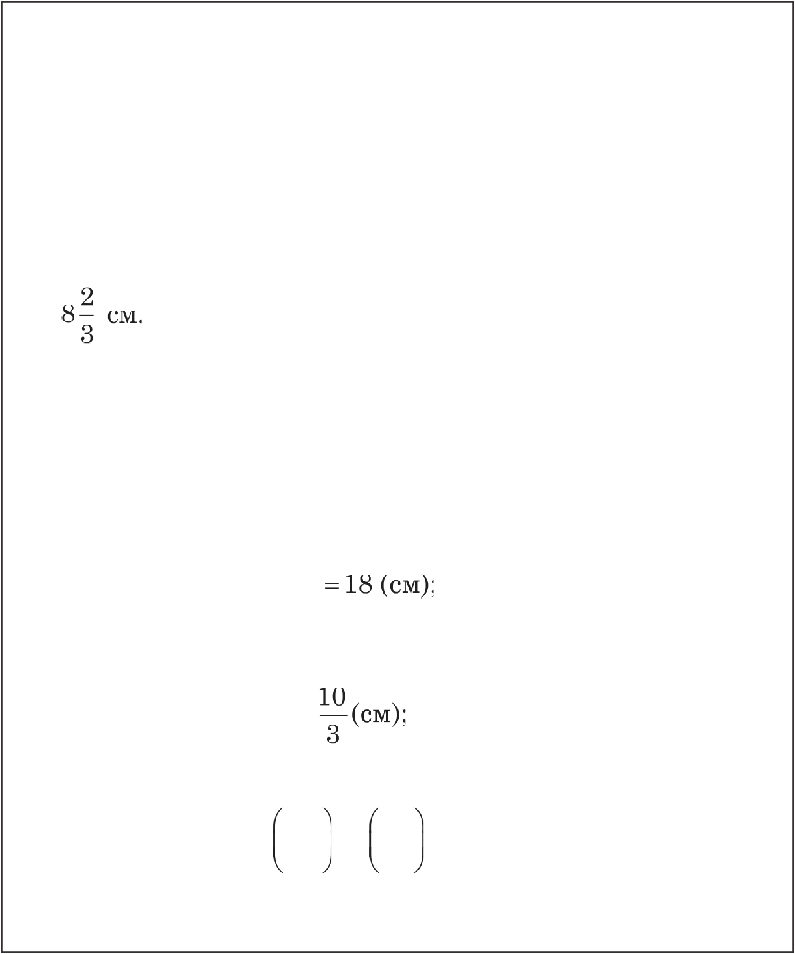
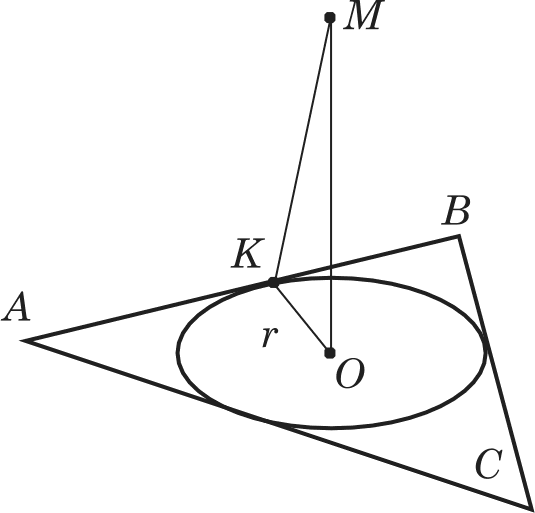
|  |  |
| --- | --- |
|  | Свойство точки, равно- |
|  | **удалённойотсторон** |
|  | **многоугольника** |
|  | Если точка вне плоскости |
|  | многоугольника равно- |
|  | удалена от его сторон, |
|  | то основание перпендитtу- |
|  | ляра, проведённого из этой |
| SO — расстояние от точки до плоскости многоугольника;  *AO —— г —* радиус окружности, вписанной в многоугольник | ТОЧКИ К **ПЛОСІtОСТИ MHOPO-**  угольника, является центром  окружности, вписанной  В **MHOPO ГОЛЬННК.**  *SA —* расстояние от точки до |
|  | стороны многоугольника |

Расстояние в пространстве 85

—13)(18 — 10) = 60(см2 ).

60

18



Задача.

*Найти:*

расстояние от точки *М*

до плоскости равнобедренно- го треугольника ABC,

если AB = *BC ——* 13 см,

*AC ——* 10 см; точка if равно- удалена от каждой стороны

на

*Решение.*

Точка *М* равноудалена от всех сторон dABC точка М проецируется в точку О — центр вписанной

в *дАВС* окружности.

1) Найдём Ѕ р:

о + 6 + с 13 + 13 + 10

2 2

Ѕ = 18(18 —(

2) *ОК —— г ——*

*р*

3) Из *bMOK (XMOK ——* 90°):

*моя —— мк*

*— oк*

*z* 32 '

3

10 '

3

36’ 16

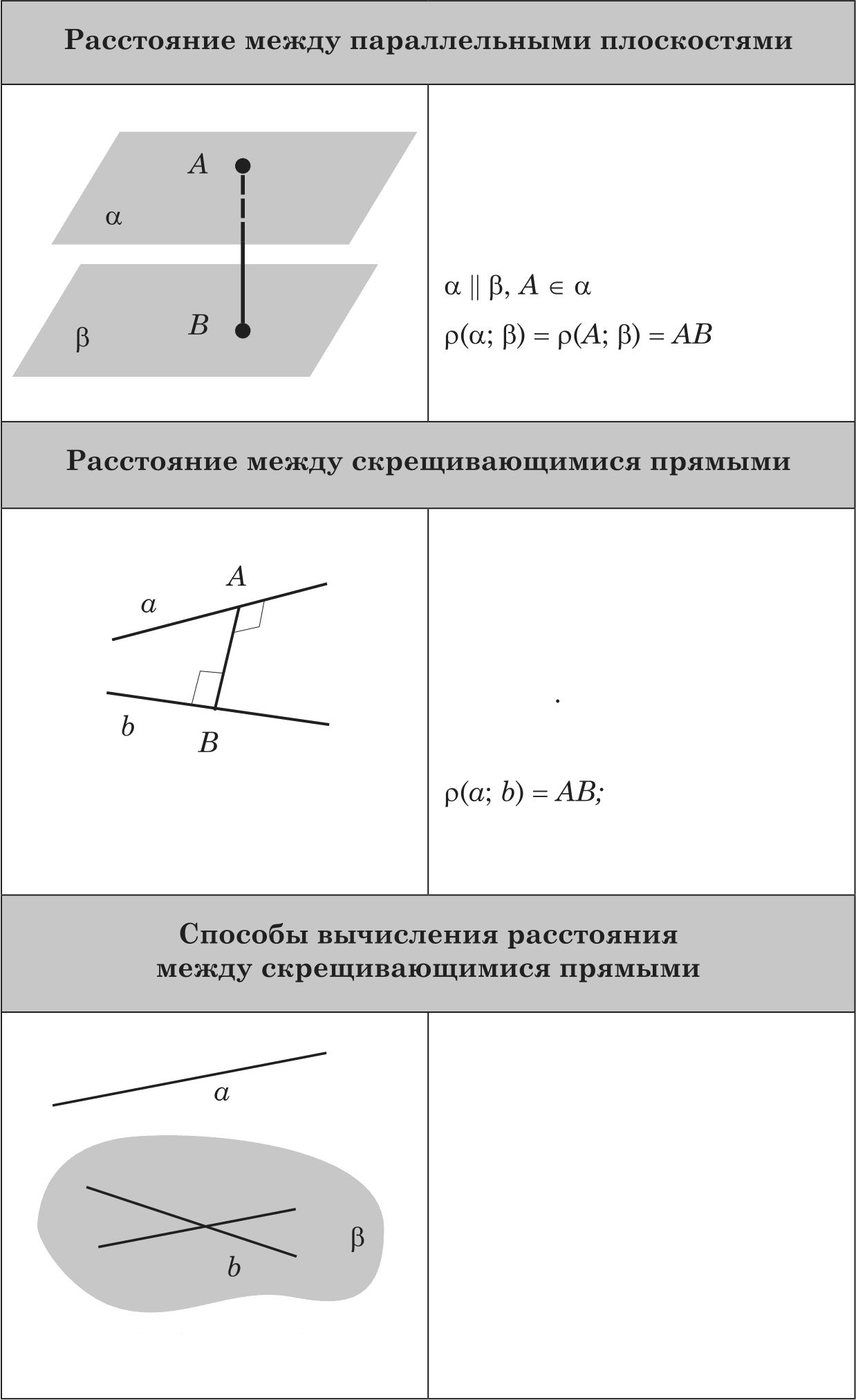
9

*мо ——*8(см).

Omвem: 8 см.

###### Выбрать на прямой о пpo- извольнук› точку *А п* найти расстояние от этои точки до

р(о; о) = *р(А;* п) = АА,

86 Измерение геометрических веwичин

*Продолжение таблиц,ьt*

Выбрать в плоскости про- извольнук› точку *А п* найти расстояние от точки *А po* плоскости Q.

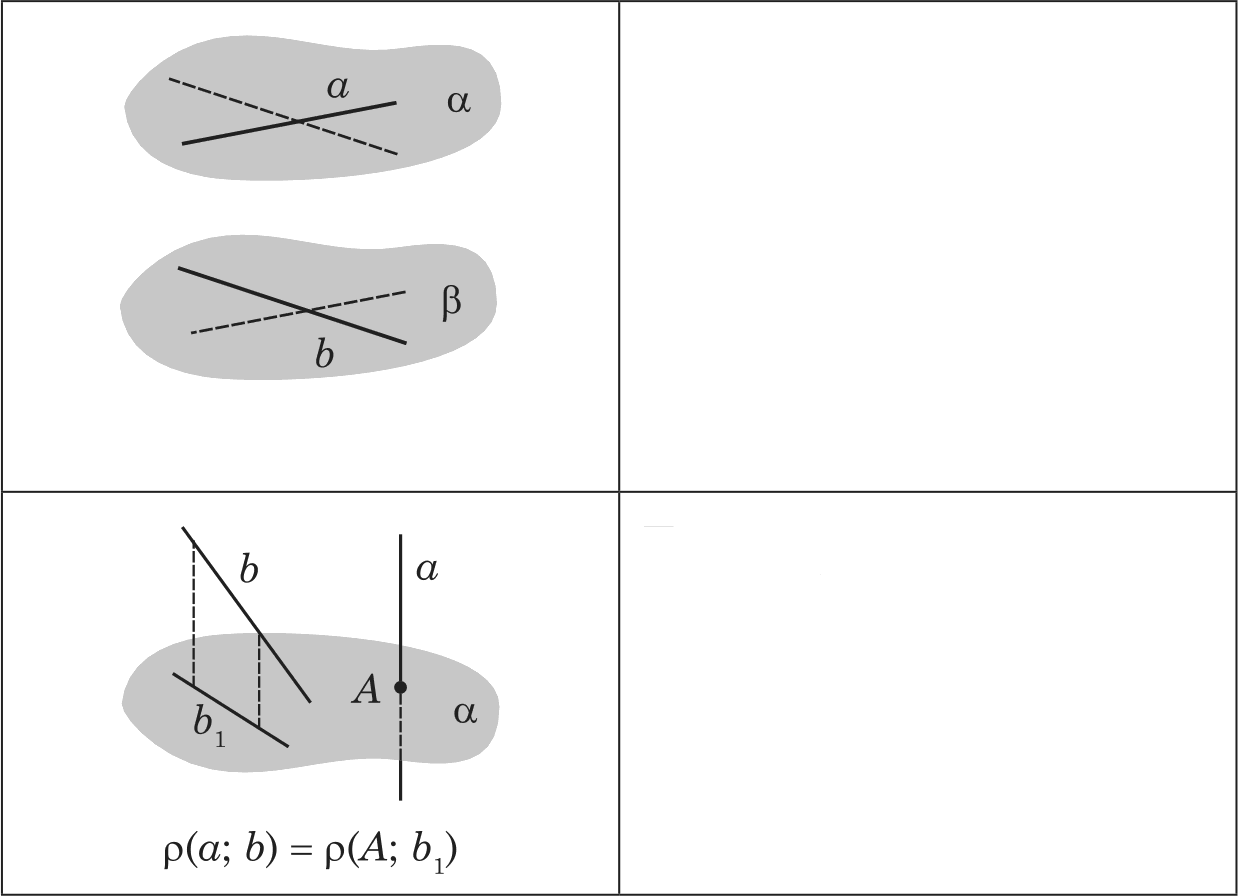
Расстояние между снре- щивающимися прямъі- ми это длина общего перпендикуляра к этим прямым

прямые о и 6 скрещиватотся

Провести через прямуіо b плоскость Q о

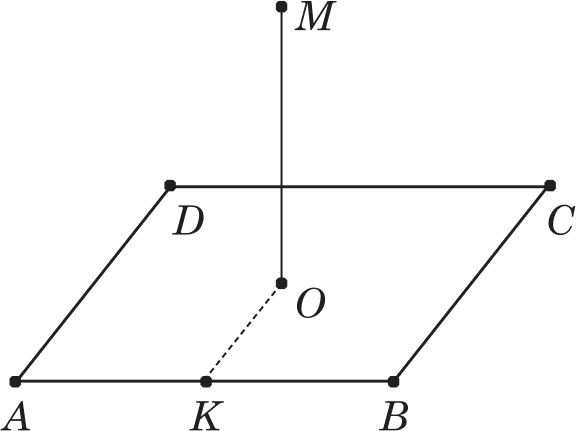
Расстояние в пространстве 87



*Окончание таdлиц,ьt*

Провести через о и h парал-

лельные плоскости о и Q

Провести о 1 о, спроектиро- вать о и 6 на эту плоскость: *а ——+ А, b b*

Задача.

Через точку О — точку пepe- сечения диагоналей квадра- za *ABCD* проведём перпен- дикуляр *МО н* его плоскости. AD = 2o.

*Найти:*

расстояние между прямыми

*AB н МО.*

*Решение.*

AB т (ABC), *МО* (A3fC) = О; О е AB,

т. е. AB и *МО —* скрещиваіощиеся прямые.

Проведём OН — среднюю линиіо *bABD.* Тогда *КО AD.*

Но AB *AD,* тогда *AB L КО,- МО L (ABC), хо* есть *МО L ОК.* То есть *КО —* общий перпендитtуляр к скрещиватощимся прямым AB и *МО.*

*КО* =12 AD = о.

*Ответ:* о.

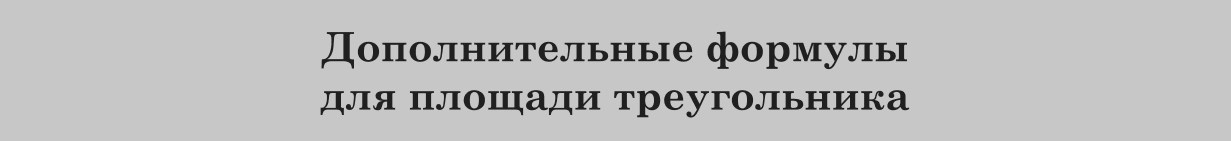
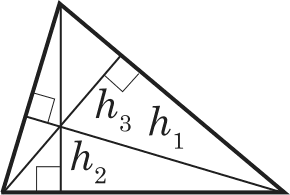
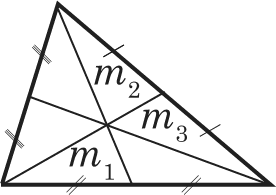
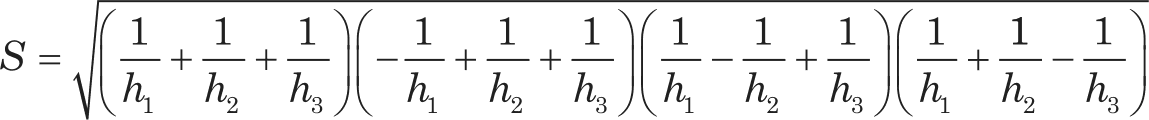
88 5. Измерение геометрических веwичин



# Плош,оди треугольнико, четырёхугольнико, круго и его чостей

## П о шtа Аь треугольника

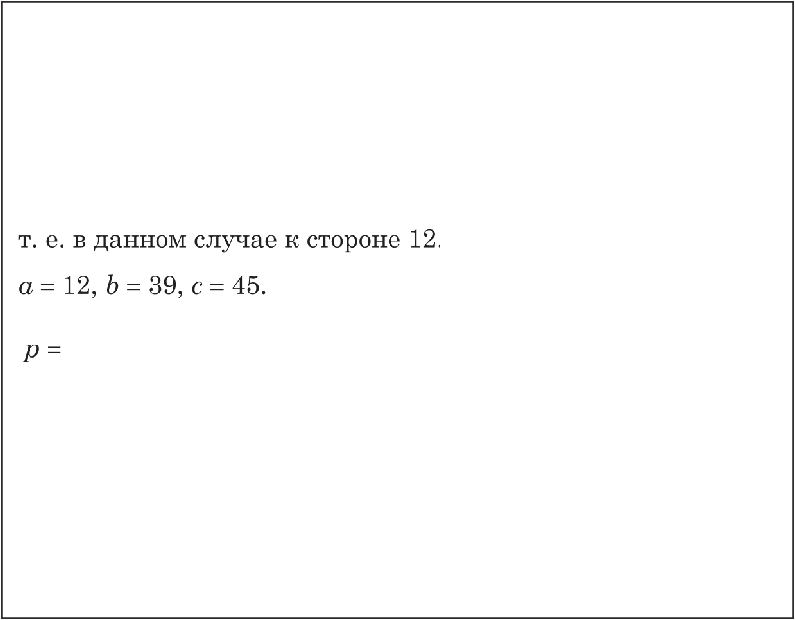
|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | | | | |
|  | S =I | 2 | пб nin | 2 | 2 |
|  | Формула Рерона:    где *р* = 2 | | | | |
|  | Нахождение площади через радиусы впи- санной и описанной окружностей *г н R.*  *Si ——-р г,*  где *р ——* 2  S = *г,*  2  где г — радиус вписанной окружности;  или 1 =2 A 2 sinesinЦ sinp  где Л — радиус описанной окружности | | | | |

П‹oгuaAи треугольника, четырёхугольника, круга и его частей 89

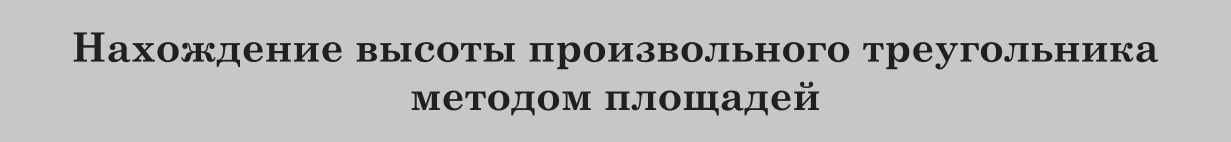
*Окончание таdлиц,ьt*

|  |  |
| --- | --- |
|  | Площадь равностороннего треугольника:    4 |
|  | Площадь прямоугольного треугольника:  2 2  2 2  Следствие: fi =“ |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | | | |
| Черев медианы треугольника m„ | m„ m2: | ’2 | ’3 |
| Через высоты треугольника /t„ '3. | ' : |  |  |

90 5. Измерение геометрических веwичин

2



|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | | | | |
|  | | | Метод площадей закліоча- ется в нахождении площади различными способами.  Далее из этого равенства находят различные элемен- ты треугольника, например высоту | | |
| где | *р ——* | о + 6 + с 2 | | m#,= | 21 |

Задача.

*Найти:*

наибольшуіо высоту треугольника со сторонами 12, 39 и 45.

*Решение.*

Наибольшая высота проводится к наименьшей стороне,

12 + 39 + 45 = 48;

S = 48(4812)—**39)(48** — 45) = **216;**

2S

2 2 6 = **36;** /т = 36.

2

Отвепз: 36.

П‹oгuaAи треугольника, четырёхугольника, круга и его частей 91

### Плогцадь четырёхугольника

|  |  |
| --- | --- |
|  | Площадь лтобого выпуклого четырёхугольника равна половине произведения диа- гоналей на синус угла между    S = 2 *did,* sincl |

|  |  |
| --- | --- |
|  | **параллелограмма**    2 1 *d*2 |
|  | Площадь прямоугольнина и квадрата      *d’*  ’“ 2 |
|  | Площадь ромба |

92 5. Измерение геометрических веwичин



|  |  |
| --- | --- |
|  | Площадь трапеции    ” 2    где m =  2 — средняя  линия трапеции.  p - *‘D MN*  *CD —* боковая **сторона;**  *MN —* перпендикуляр, пpo- ведённый из середины дру- гой боковой стороны на *CD* |
| В равнобокой трапеции с взаимно перпендикулярными диа- гоналями площадь равна квадрату высоты:  S =fi z | |

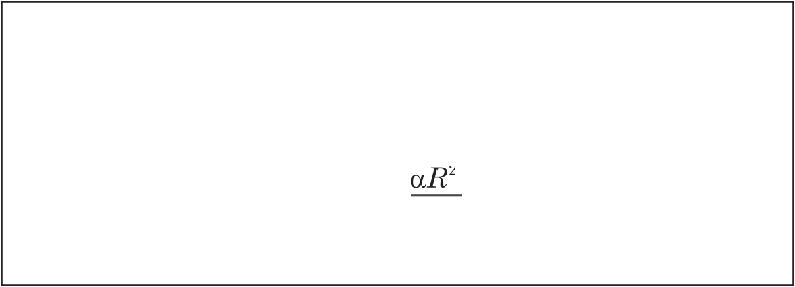
## П о шtа Аь круга и его частей

ltpyr — фигура, состоящая из всех точек плоскости, расстояние от которых до дан- ной точки не больше данного.

Точка О — центр круга, данное расстоя- ние *R —* радиус круга

###### Іtруговой сектор — часть круга, лежа- щая внутри соответствутощего централь- ного угла

П‹oruaAb поверхности и объём многогранников

*Окончание таблицьt*

**Мло:дадьнруговогосектора:**

””

360°

где п° — градусная мера соответствующего цетрального угла.

сект

2 '

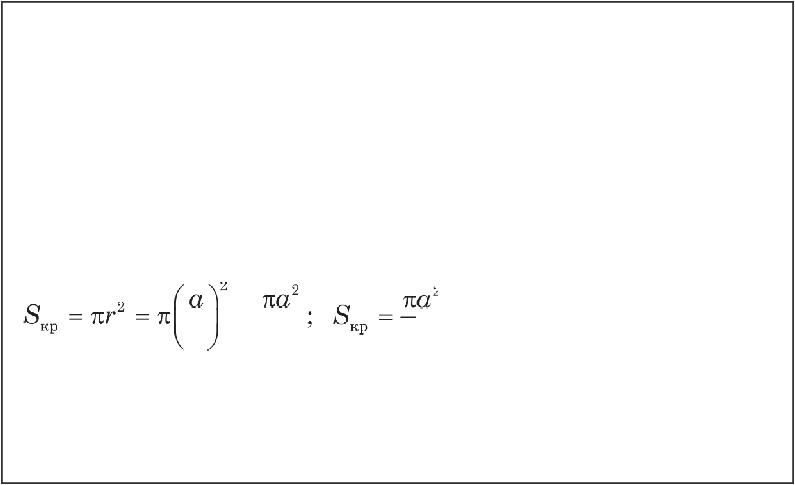
где о — радианная мера соответствующего центрального угла

###### Круговой сегмент — общая часть круга и полуплоскости

Площадъ сегмента, не равного полукругу, вычисляется по формуле:

360°

где п° — градусная мера соответствующего централъного угла; S, — площадь треугольника с вершиной в центре круга;

«+», если п° > 18 если п° < 180°

Задача.

*Найти:*

площадь круга, вписанного в квадрат со стороной о.

*Решение.*

Пусть дан квадрат со стороной о, тогда радиус круга *г ——* 2

2

4

4

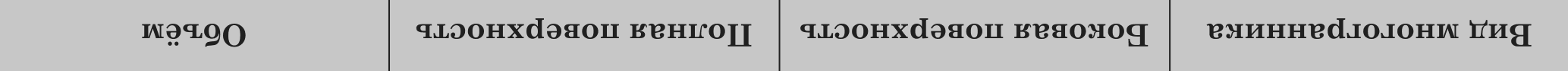
*Ответ:* p

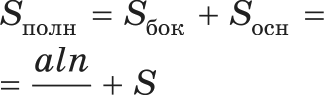
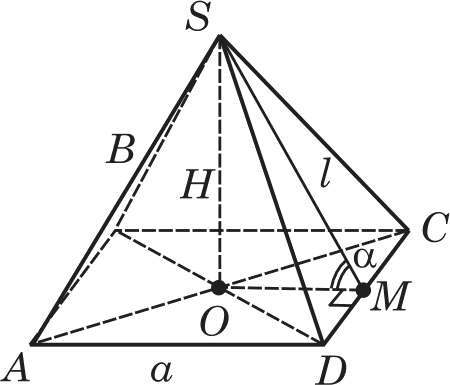
4

94

5. H3мepeHиe reoмe тHpч ecкH xBe члŁ4и H

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | s | d9ad озовояоg иоттикd’ э таsояивоэ гттоэгтв ятттттг@ | |
|  | ятвиdи вятвdјј |
| БШООШ8 —  !виняаонэо 'тіfвШоіпт — ““у 'вdgad озоаоно9 вникD — Ј  !винапаэ оаонdыгЈяивнапdап 'тввЮокп — ’у | | вхоэгта —*н* ‘.odgad аоаояо9 — *Ј*  lauaьaoaoнdвrSuVнamdam—g | |
| яd9ad  OЛOaOHO9 P•HHIf1f — *]* 'БИН  -аьаэ оаонdвкАнивнаи  -dan dzaтяиdaп — ’@ ави |  |
|  |  |
|  | | | |

аояиННDdзозонw wg•tgo и иzэонхdааом fivDWïOvg



П ‹oгu aA

пoт иBeиpxoHöOC ъëм

мkHorloKrOpBaHH

*Продолжение та0лицьt*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | | | | |
| Пирамида |  | | |  |  |
| **Мравильнаи** |  |  |  |  |  |
| **пирамида** |  | 2 | "” | 2 |
|  | 6 |  |  |  |
|  |  |  | 2 |  |
|  | ’6” |  | СО”Ѕ’Я |  |
|  | Ѕ„ — площадь основания; *Н —* высота; / — апофема; о — сторона основа- ния; о — угол наклона боковой грани | | | | |

###### Пpa

5. H

3мepeHreитpoeмHeч eHcxк Beли чŁH4

yceчeннaя пиpaмидa

Пpямoyroлъньıй пapaллeлeп пeд

**Ky6**

6 2

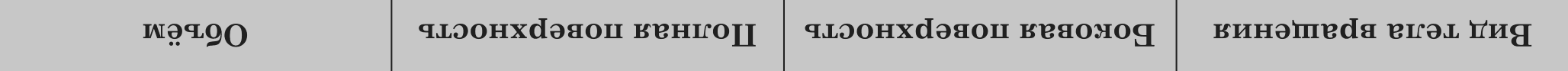
S 6„ = 4o 2

S„ = 2(oò-I- òc -I- cc)

1, ,= 6o 2

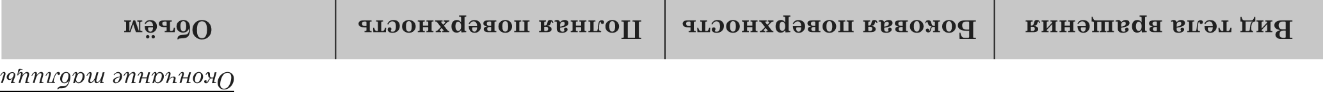
97

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| яxoэтчa — *H* .'зrв1тıoıAвed9o — 'y !виняaoнэo oN вяd — ¿¿ | | | | |  |
|  |  |  | **нr0o** |  |
| **d+7** | **d** |  |  |
| "°° | +"°9 | \_ ""°° | **7&°**' ” 9 |
|  |  |  |  |
|  | | | | |  |
|  | *id +H)d\*Y —““iS* | | |  |
|  | | | | | |

aи aтгıDda van wg«go и иzэo xdaaou n'v'DYnOV[]

П‹oгuaAпoBepxHOC

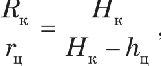
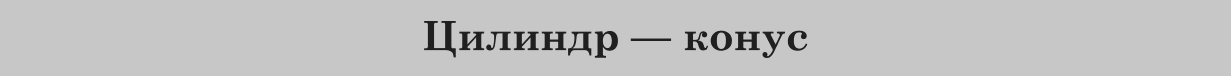
ти и oöъëм тe‹Bpa гцeH H я



98

5. H3мepeHиe reoмe тHpч ecкH xBe члŁ4и H

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | | | sdaØэ и deg |
|  | | тndaØэ nßяïттoтrjj | |
| яzoэıчa — *H* 'тrв1п'лJввd9o — 7  !ииняaoнэo oaaш'тнam и oзaш'ткo9 гтэJиnяd — u и ¿¿ | | | |  |
|  | 'aoo + 'xoo + n°9 \_ Rvou | | 7(\* + i! )\* ' “ 9  5 |
|  | | | | |

Комбинации тем

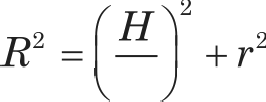
# Комбиноции тел

Комбинации многогранников

Многогранник называется вписаііиым во второй мио- гогранник, если вершины первого лежат на поверхности (рёбрах, гранях) второго. Второй многогранник называется описанным оноло первого

Комбинации тел врашtениа

|  |  |
| --- | --- |
|  | |
| Конус называется впи- | Цилиндр называется впи- |
| санным в цилиндр, если | санным в нонус, если одно |
| основание конуса совпадает | основание цилиндра лежит |
| с основанием цилиндра, | в основании конуса, а окруж- |
| а вершина конуса лежит на | ность второго основания |
| втором основании цилиндра. | лежит на боковой поверхно- |
| При этом цилиндр назы- | сти конуса. |
| вается описанным оноло | При этом конус называ- |
| конуса | ется описанным оноло |
| Осевое сечение, свойства | **Осевоесечение,свойства** |
| /т, и *Hq* высоты конуса |  |
| и цилиндра; |  |
| Я, и Л, — радиусы конуса и цилиндра | *Н н hg* высоты конуса и іцілиндра; Л и *rg —* pa- |
|  | диусы конуса и цилиндра |

100 5. Измерение геометрических величин

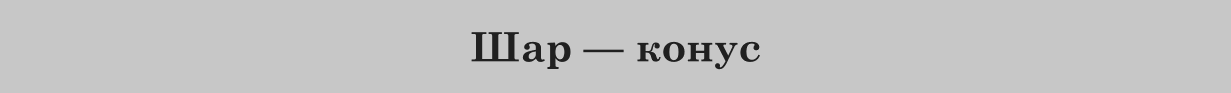


*Продолжение таблицы*

|  |  |
| --- | --- |
|  | |
| Цилиндр называется впи- еанным в шар, если его основания являк›тся сечени- ями шара.  При этом map опипан око- ло цилиндра | Цилиндр называется опи- саннъім около шара, если шар касается всех обра- зующих іщлиндра и его оснований.  При этом шар вписан в цилиндр |
| Осевое сеяение, свойства   1. Центр шара лежит на середине высоты іщ- линдра. 2. Основания цилиндра — равные параллельные сече- ния шара. 3. Радиус шара Я, радиус іщ- линдра *г н* высота іщлиндра *Н* связаны еоотношением:   2 | Осевое сеяение, свойства  1. Шар можно вписать только в равностороннтій цилиндР.  2.Л= *г —— Н*  2,  где Л — радиус шара, *Н* — высота цилиндра, *г —* радиус цилиндра |

П‹oruaAb поверхности и объём тем врагцения 101



*Окончание таdлиц,ьt*

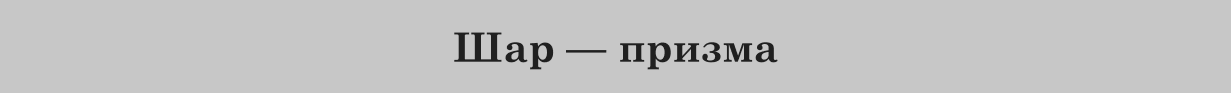
|  |  |
| --- | --- |
|  | |
| Конус называется вписан- ным в шар, если вершина конуса лежит на поверхно- сти шара, а его основание сечение шара. Шар при этом описан около конуса | Конус называется описан- ным около шара, если шар касается всех образуіощих конуса и его основа  Шар при этом вписан в конус |
| Осевое сечение, свойства   1. Шар можно описать около ліобого конуса. 2. Центр шара — на оси конуса и является центром окружности, описанной око- ло осевого сечения конуса. 3. Если Л — радиус шара,   *г —* радиус основания кону- са, *Н —* высота конуса, то  Л 2 = (ff —Л ) 2 -J- *r 2* | Осевое сеяение, свойства   1. Шар можно вписать в ліо-   бой конус.   1. Центр шара — на оси   конуса.   1. Если *г —* радиус шара,   Л — радиус основания кону- са, *Н —* его высота, то  *г R*    *г* = Лtg — — ,  2 Л + L  L — образуіощая конуса;  ct — угол между обравутощей и плоскостьто основания конуса |

102 5. Измерение геометрических величин



# Комбинаиии многогранников и тем врашtения

|  |  |
| --- | --- |
|  | |
| Призма называется впи- | Призма называется описан- |
| санной в цилиндр, если ее | ной около цилиндра, если |
| основания вттисаны в осно- | её основания описаны около |
| вания іщлиндра, а боко- | оснований цилиндра, а боко- |
| віяе ребра — образующие | вые грани касаіотся цилин- |
| цилиндра. | дра (лежат в касательных |
| При этом цилиндр описан | плоскостях). |
| около призмы. | Цилиндр при этом вписан |
| Свойства призмъі, вписан- | в призму. |
| ной в цилиндр  1. Цилиндр можпо описать | Свойства призмы, описан-  ной оноло цилиндра |
| **ОКОЛО П)ЭЯМОЙ П)ЗИПМЬІ, tЭСЛИ** | 1. Цилиндр можно вписать |
| ее основание — многоуголь- | в прямуіо призму, если в её |
| ник, около которого можно | основании лежит много- |
| описать окружность. | угольнтік, в которыи можно |
| 2. Ось іщлиндра лежит на | вписать окружность. |
| одной прямой с высотой *Н* | 2. Боковые грани призмы |
| призмы. | касаіотся поверхности |
| 3. Боковые ребра призмы яв- | цилиндра. |
| ляк›тся образутощими цилин- | 3. Боковые рёбра призмы |
| дра и равнъі *Н* | равны образуіощим ци- |
|  | линдра и высоте цилиндра |
|  | |
|  |  |

П‹oruaA поверхности и обаём тем врагцения 103



*Продолжение таблии,ьt*

|  |  |
| --- | --- |
| Пиpaмидa называется впи- санной в конус, если её основание вттисано в основа- ние конуса, а вершина сов- падает с вершиной конуса. При этом конус описан око- ло пирамиды.  Свойства пирамиды, впи- санной в конус   1. Конус можно описать около пирамиды, если её основание — многоугольник, вокруг которого можно отти- сать окружность. 2. Высота ттирамиды равна высоте конуса и проходит черев центр описанной около основания окружности. 3. Боковые рёбра пирами- ды являіотся обравук›щими конуса | Пиpaмидa называется опи- санной около конуса, если её основание описано около основания конуса, а вершина совпадает с вершиной конуса.  При этом конус вписан в пирамиду.  Свойства пирамиды, опи- санной около конуса   1. Конус можно вписать в пи- рамиду, если её основание — многоугольник, в который можно вписать окружность, высота проходит через центр этой окружности. 2. Радиус основания конуса равен радиусу окружности, вттисанной в основание. Высоты конуса и пирамиды совпадаіот. 3. Высоты боковых граней пирамиды являк›тся образу- іощими конуса |
|  | |
| Призма называется вписан- ной в шар, если все её вер- шины лежат на поверхности шара.  При этом шар описан око- | Призма называется описан- ной оноло шара, если все её грани касатотся поверхно- сти шара.  При этом шар вписан в призму |

104 Измерение геометрических веwичин

*Продолжение таблиц,ьt*

|  |  |
| --- | --- |
| 1. Шар можно описать около | Свойства призмы, описанной около шара     1. Шар можно вписать   в прямуіо призму, если в её основание можно вписать окружность, а высота при- змы равна диаметрам этих окружностей. Центр шара — на середине высоты призмы, соединятощей центры этих окружностей.   1. При решении задач це- лесообразно рассматривать сечение полуплоскостьто, ко- торая проходит через центр шара перпендикулярно боковой грани призмы.     где Л — радиус шара;  *г —* радиус окружности, впи- санной в основание;  *Н —* высота призмы.  4. Чтобы в призму можно было вписать шар, необходи- мо и достаточно, чтобы в её перпендикулярное сечение можно было вписать окруж- ность и чтобы высота призмы равнялась диаметру этой окружности |
| прямой призмы, если около |
| оснований можно описать |
| окружность. Центр шара |
| лежит на середине высоты |
| призмы, которая соединяет |
| центры этих окружностей. |
| 2. Основания призмы впи- |
| саны в равные и параллель- |
| ные сечения шара. |
| 3. При решении задач це- |
| лесообразно рассматривать |
| сечение полуплоскостыо, |
| которая проходит через |
| центр шара и боковое ребро |
| призмы. |
| 4. Л 2 = + |
| 4 |
| где Л — радиус шара; |
| *г —* радиус окружности, опи- |
| санной около основания, |
| *Н —* высота призмы |

П‹ощаАЬ поверхности и объём тем врагцения 105



*Продолжение таблицы*

|  |  |
| --- | --- |
|  | |
| Пиpaмидa называется впи- |  |
| санной в map, если все её вершины лежат на поверх- | саннойоколо тара, если |
| ности шара. При этом map описан около пирамидъі.  Свойства правильной пи- рамидъі, вписанпой в шар | хности mapa. Шар при этом вписан в пирамиду.  **Свойствапирамиды,опи-** |
| 1. Шар можно описать около ліобой правильной | 1. Шар можно вписать в ліо- |
| пирамиды. |  |
| 2. Центр шара лежит на прямой, которая содержит | 2. Центр шара лежит на высоте пирамиды. |
| высоту пирамиды. | 3. Решая задачи, обьгчно |
| 3. Решая задачи, обьгчно  рассматривак›т сечения:  в треугольной пирамиде (в основании правильный | рассматриваіот сечения:  в треуголъной пирамиде (в основании — правильный треугольник) |
| треугольник) |  |

106 Измерение геометрических веwичин

*Окончание таблицьt*

|  |  |
| --- | --- |
| Целесообразно провести се- чение через медиану основа- ния и вершину пирамиды;  в четырёхугольной  пирамиде  (в основании — квадрат)      Рассматриватот сечение, проходящее через одну из диагоналей основания и вер- шину пирамиды.  4. Радиус шара Л и радиус окружности *г,* описанной около основания пирамиды, и высота пирамиды *Н* связа- ны соотношением: | Целесообразно провести се- чение черев медиану основа- ния и вершину пирамиды;  в четырёхугольной  пирамиде  (в основании — квадрат)      Рассматриватот сечение, проходящее через вершину пирамиды и апофемы проти- волежащих боковых граней.   1. Если Л — радиус шара,   *Н —* высота пирамиды,  *г —* радиус окружности, вттисанной в основание, то  *R Г*  *н — я н2*+ 2   1. Центр вписанного шара лежит на пересечении высо- ты пирамиды с биссектрисой угла между апофемой и её проекцией на основание |